



Ministério da Educação  
Secretaria de Educação Básica  
Diretoria de Apoio à Gestão Educacional

# **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**

## **EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA**



**Caderno 07**

Brasília 2014





**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**Secretaria de Educação Básica – SEB**  
**Diretoria de Apoio à Gestão Educacional – DAGE**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Centro de Informação e Biblioteca em Educação (CIBEC)

---

Brasil. *Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional.*

Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Educação Estatística / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.  
80 p.

ISBN 978-85-7783-140-1

1. Alfabetização. 2. Alfabetização Matemática. 3. Educação Estatística

---

Tiragem 362.388 exemplares

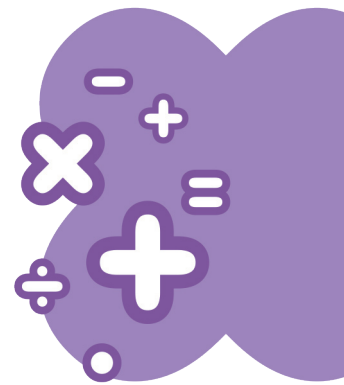
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA  
Esplanada dos Ministérios, Bloco L, Sala 500  
CEP: 70.047-900  
Tel: (61) 2022-8318 / 2022-8320





# Sumário

## EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA



05	<b>Iniciando a Conversa</b>
07	<b>Aprofundando o Tema</b>
07	A pesquisa como eixo estruturador da Educação Estatística
17	Classificação e Categoria
21	Construção e interpretação de gráficos e tabelas
39	O ensino de combinatória no ciclo de alfabetização
51	Probabilidade nos primeiros anos escolares
57	<b>Compartilhando</b>
72	<b>Para Saber Mais</b>
72	Sugestões de Leituras
73	Sugestão de Vídeo
74	Sugestões de <i>Sites</i>
75	Sugestão de Jogos <i>Online</i>
76	<b>Sugestões de Atividades para os Encontros em Grupos</b>
77	<b>Atividades para Casa e Escola</b>
78	<b>Referências</b>





## **CADERNO 7 | EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA**

### **Organizadores:**

Carlos Roberto Vianna, Emerson Rolkouski

### **Autores:**

Claudia Lima, Cristiane de Arimatéa Rocha, Cristiane Azevedo dos Santos Pessoa, Gilda Lisbôa Guimarães, Izabella Alencar Freire Guimarães de Oliveira, José Ivanildo Felisberto de Carvalho, Veronica Gitirana Gomes Ferreira

### **Comitê Gestor:**

Adilson Oliveira do Espírito Santo, Liane Teresinha Wendling Roos, Mara Sueli Simão Moraes

### **Consultores:**

Alexandrina Monteiro, Alina Galvão Spinillo, Antonio José Lopes, Celi Espasandin Lopes, Cristiano Alberto Muniz, Gilda Lisbôa Guimarães, Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca, Maria Tereza Carneiro Soares, Rosinalda Aurora de Melo Teles

### **Pareceristas *ad hoc*:**

Adail Silva Pereira dos Santos, Adriana Eufrasio Braga Sobral, Ana Marcia Luna Monteiro, Carlos Eduardo Monteiro, Cecilia Fukiko Kamei Kimura, Clarissa Araújo, Gladys Denise Wielewski, Iole de Freitas Druck, Lilian Nasser, Maria José Costa dos Santos, Paula Moreira Baltar Bellemain, Paulo Meireles Barguil, Rute Elizabete de Souza Rosa Borba

### **Leitores Críticos:**

Camille Bordin Botke, Enderson Lopes Guimarães, Flavia Dias Ribeiro, Helena Noronha Cury, Laíza Erler Janegitz, Larissa Kovalski, Leonora Pilon Quintas, Luciane Ferreira Mocrosky, Luciane Mulazani dos Santos, Marcos Aurelio Zanlorenzi, Maria do Carmo Santos Domite, Michelle Taís Faria Feliciano, Nelem Orlovski

### **Apoio Pedagógico:**

Laíza Erler Janegitz, Nelem Orlovski

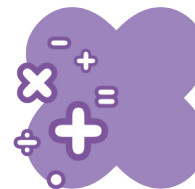
### **Revisão:**

Célia Maria Zen Franco Gonçalves

### **Projeto gráfico e diagramação:**

Labores Graphici





## Iniciando a Conversa

5

Com o conteúdo deste Caderno busca-se inserir a criança no universo da investigação, a partir de situações de interesse próprio, realizando coletas de dados e apresentando-os em gráficos e tabelas. Gráficos e tabelas, além de serem ferramentas para apresentação de dados, são recursos para a elaboração de problematizações relativas a outros eixos dos Direitos de Aprendizagem.

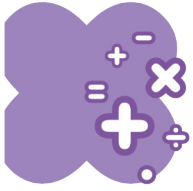
Considera-se como fundamental na atitude investigativa a preocupação em formular questões, elaborar hipóteses, escolher amostra e instrumentos adequados para a resolução de problemas, a coleta dos dados, a classificação e representação dos mesmos para uma tomada de decisão. É nesse sentido que a pesquisa pode ser pensada como o eixo principal da formação estatística dos alunos de todos os níveis de ensino.

Nesse contexto de aprendizagem está presente a necessidade de desenvolver a contagem de possibilidades, denominada *combinatória*. Partindo-se de estratégias das próprias crianças é possível introduzir formas variadas de organizar os dados, como, por exemplo, as tabelas de dupla entrada. Temos, ainda, o *raciocínio probabilístico*, que embora no ciclo de alfabetização não precise ser sistematizado, pode ser iniciado a partir de situações lúdicas desenvolvendo conceitos simples, auxiliando a criança a identificar eventos com maior ou menor chance de ocorrer.

O objetivo deste caderno é apresentar a Educação Estatística, fornecendo ao professor elementos que permitam o planejamento de práticas pedagógicas que auxiliem a criança a reconhecer e produzir informações, em diversas situações e diferentes configurações, ou seja:

- ler, interpretar e fazer uso das informações expressas na forma de ícones, símbolos, signos e códigos em diversas situações e em diferentes configurações (anúncios, gráficos, tabelas, rótulos, propagandas), para a compreensão de fenômenos e práticas sociais;
- formular questões que gerem pesquisas e observações para coletar dados quantitativos e qualitativos;
- coletar, organizar e construir representações próprias para a comunicação de dados coletados (com ou sem o uso de materiais manipuláveis ou de desenhos);





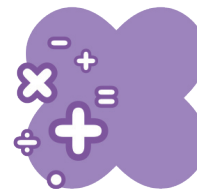
6

- ler e interpretar listas, tabelas simples, tabelas de dupla entrada, gráficos;
- elaborar listas, tabelas simples, tabelas de dupla entrada, gráfico de barras e pictóricos para comunicar a informação obtida, identificando diferentes categorias;
- produzir textos a partir da interpretação de gráficos e tabelas;
- problematizar e resolver situações a partir das informações contidas em tabelas e gráficos;
- reconhecer e diferenciar situações determinísticas e probabilísticas;
- identificar a maior ou menor chance de um evento ocorrer.

Importante sublinhar que a Educação Estatística vai ocorrer no duplo contexto da Alfabetização Matemática e do letramento em Língua Portuguesa.

Nesse sentido, os objetivos acima discriminados devem estar imersos, e contribuir nesse processo. Esses objetivos podem e devem ser pensados na perspectiva de trabalho com crianças de seis a oito anos. As próximas páginas mostram passos que podem ser dados nesta direção.





## Aprofundando o Tema

### A PESQUISA COMO EIXO ESTRUTURADOR DA EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

Verônica Gitirana

7

Ao olhar para a história da educação, observamos que alguns conteúdos deixam de constar na grade curricular, enquanto outros são deslocados ou introduzidos. De modo geral, tais mudanças são ocasionadas por:

- mudanças na sociedade, que mostram que determinados conteúdos e procedimentos tornam-se necessários (leitura de mapas e vistas) ou obsoletos (expressões numéricas enormes para serem feitas com lápis e papel);
- estudos na área da Psicologia, que revelam que determinados conteúdos somente podem ser aprendidos em anos mais avançados (a divisão de frações que fazia parte do currículo da antiga quarta série, em alguns currículos é recomendada somente para os ciclos finais do Ensino Fundamental) ou que poderiam ser aprendidos por alunos mais jovens (antigamente o estudo de sequências era um assunto somente para o Ensino Médio e hoje trabalhamos sequências elementares com crianças).

Antes da década de 80, a Estatística e assuntos correlatos, como probabilidade e a análise combinatória, eram propostos apenas para os anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. No entanto, devido a importância destes conceitos para o exercício da cidadania, e estudos da área da Psicologia que apontam a possibilidade de poderem ser trabalhados com crianças menores, indica-se a inserção da Educação Estatística já nos anos iniciais.

No entanto, pelo fato de não termos aprendido tais conceitos na escola, é comum que nós professores façamos diversos questionamentos.

Ricardo Luiz Enz

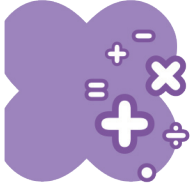
Basta trabalhar com construção e interpretação de gráficos e tabelas?

Posso trabalhar estatística com outras ciências ou com o cotidiano?



O que ensinar de estatística a uma criança em processo de alfabetização?





8

A Estatística cumpre o papel de auxiliar as investigações nas quais muitos dados estão presentes, buscando tratar, quantitativamente, as situações para que informações sejam geradas e apresentadas de forma planejada. A pesquisa é um dos eixos estruturadores da abordagem da Estatística na escola.

Antes de tratar grande quantidade de dados com muitos cálculos, a Estatística importa-se em decidir as questões que devem ser feitas, os dados a coletar, as estratégias de classificação das respostas. Enfim, investigar-se alguma coisa.

Aprender a fazer pesquisa favorece, não somente a formação estatística do cidadão, como, também, a formação científica. A Estatística tem importância numa perspectiva interdisciplinar, para a formação do cidadão em outras áreas do conhecimento, pois as questões a serem investigadas são geradas nos diversos campos de conhecimento.

## O que queremos investigar?

A criança chega à escola cheia de questionamentos. A curiosidade é uma qualidade da criança que, por falta de valorização, vai, ao longo dos anos, desaparecendo. A Educação Estatística ajuda a valorizar o desenvolvimento dessa curiosidade. Se uma criança questiona: **“qual o bicho de estimação preferido dos meus colegas?”**, em vez de cortar sua curiosidade, o professor pode direcioná-la para o desenvolvimento de uma investigação.

A princípio, as crianças poderiam fazer perguntas a dois ou três colegas, satisfazendo sua curiosidade inicial. Cabe ao professor, incentivar para que a pergunta seja aprimorada, buscando um resultado que valha para todo um grupo de sujeitos (uma população), por exemplo, toda a turma.

Além disso, pode-se provocar a curiosidade com novas questões: o grupo de meninos terá a mesma preferência que o grupo de meninas? Ou ainda, se investigarmos a preferência do grupo de professores teremos o mesmo resultado que para o grupo das crianças?

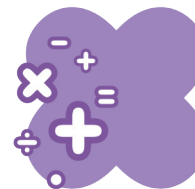
## Que população iremos investigar?

É preciso, portanto, discutir que grupo se quer investigar, ou seja, a população a ser estudada. Adultos, crianças, adolescentes, os alunos da escola, os alunos da sala, as crianças da cidade, etc. A população precisa fazer parte da questão da pesquisa a ser realizada.

Para o desenvolvimento de uma pesquisa feita pelas crianças é importante







que a população seja passível de ser investigada, pelas próprias crianças. Portanto, é importante limitar a população para que se consiga envolver todos do grupo escolhido ou conseguir uma parte dela que possa melhor representar esse grupo.

## Levantando hipóteses

A partir do momento em que as crianças enunciam sua dúvida, pode-se incentivá-las a elaborar possíveis respostas. Por exemplo, para a pergunta: **“qual o bicho de estimação preferido dos meus colegas?”** várias hipóteses de respostas, que certamente dependerão do contexto de cada região, serão dadas: cachorro, gato, galinha, coelho, etc.

Para além dessas primeiras aproximações, é importante observar que:

“Uma criança pode achar que as meninas gostam mais de gatos, pois são mais dóceis e os meninos dos cães por serem mais ágeis.”

“Outra criança poderia ter como opinião que as crianças que têm muitos irmãos gostam mais de cachorros, pois fica mais divertido.”

Hipóteses dessa natureza exigiriam que coletássemos informações referentes: a gênero (menino ou menina), ao motivo pelo qual gostam de tais animais e sobre a quantidade de crianças que moram na casa. Trata-se, portanto, de variáveis que podem ser estudadas.

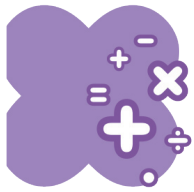
É importante explorar a relação entre as questões, hipóteses e dados a serem coletados, por meio do trabalho com investigações estatísticas sobre assuntos de interesse das crianças.

## Quem fará parte da pesquisa?

Após a definição da população a ser investigada é preciso decidir se todos serão pesquisados ou apenas uma parte da população – uma amostra. Certamente que não defendemos que se ensine às crianças sobre teorias de amostragem, no entanto, algumas ideias podem ser introduzidas, de acordo com o que se deseja saber.

É preciso assegurar que as variáveis identificadas sejam levadas em conta no momento de escolher uma amostra. Por exemplo, se uma variável que consideramos no problema dos bichos de estimação preferido das crianças é o gênero, não podemos selecionar uma amostra somente de meninas, ou mesmo cuja maioria seja composta de meninas.





10

Uma amostra com melhor representatividade não necessariamente depende apenas do tamanho da amostra. Porém, como estamos trabalhando com os anos iniciais, é importante começar uma investigação que possa ser feita com toda a população: um censo.

Lembrando de nossa questão de investigação, **qual o bicho de estimação preferido dos meus colegas?** e de nossas hipóteses, temos as seguintes variáveis importantes:

- o nome da criança – para que nenhuma criança seja esquecida ou para que nenhuma resposta duas vezes;
- o gênero da criança – devido à hipótese da diferença de preferência entre meninos e meninas;
- o bicho de estimação preferido – pois é a questão chave da pesquisa;
- o porquê é preferido – devido à primeira hipótese levantada;
- a quantidade de crianças que moram na casa.

Apesar de nesse texto estarmos considerando cinco variáveis distintas, é importante iniciar o estudo com menos, considerando apenas uma das hipóteses. Incluímos, aqui, as cinco variáveis, devido à necessidade de discutir os diferentes tipos: nominais (ordinais ou não) e numéricas.

**Nominal:** é uma variável qualitativa na qual os valores se enquadram em categorias. Por exemplo, tipo de filme: amor, aventura, comédia.

**Ordinal:** é uma variável qualitativa na qual os valores se enquadram em categorias que assumem algum tipo de ordenação. Por exemplo: pequeno, médio, grande.

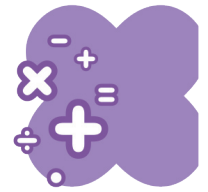
**Numérica:** é uma variável quantitativa na qual os valores são numéricos. Por exemplo: 15 Kg, 2 m, 1 l.

## Como coletar os dados?

É importante decidir qual o método de coleta dos dados: a) cada aluno entrevistará um colega e anotarà a resposta em um formulário; b) será construído um questionário para que cada um preencha; c) será feita a coleta de dados de forma coletiva na sala de aula. O professor faz um quadro na lousa (planilha de dados) e anotarà as respostas apresentadas por cada um dos alunos. Isto dependerá do nível de letramento em que as crianças se encontram. Em qualquer dos casos, alguns cuidados são importantes:

- a) construir previamente as perguntas a serem feitas;
- b) decidir se cada questão será aberta, fechada ou semi-aberta;





- c) para as questões abertas: garantir que todos saibam os critérios que são levados em conta na variável;
- d) para as variáveis numéricas: como as grandezas serão medidas;
- e) para as questões fechadas ou semiabertas: gerar a categorização prévia das variáveis.

O nome da criança (o nome completo ou apenas o primeiro, desde que seja possível identificar cada participante) é uma questão geralmente aberta e utilizada apenas para controle da pesquisa.

O gênero da criança é uma variável binária, menino ou menina. As variáveis binárias são as nominais que têm apenas duas categorias: sim ou não; feminino ou masculino. É uma variável que não se ordena, não há como dizer quem é maior. Essas categorias são mais rapidamente dominadas pelas crianças, ressaltamos, portanto, que são as mais adequadas para o início dos trabalhos com os alunos do ciclo de alfabetização.

**O bicho de estimação preferido** é uma variável nominal que certamente terá uma grande quantidade de categorias. Porém, é importante estabelecer o que se quer obter nesse tipo de pergunta, pois uma criança pode responder que é o cachorro, a outra que é o pastor alemão e a outra que é Mimi. Vejamos que nessas três possíveis respostas, temos critérios diferentes de classificação do bicho de estimação: na primeira trata-se do que normalmente chamamos de classificação do animal, na segunda a raça, e na terceira o nome dado ao animal.

Para gerar uma pesquisa estatística é importante se definir qual o critério que vai classificar as respostas, mesmo quando se utiliza uma pergunta aberta do tipo: *Qual o bicho de estimação que você prefere?* Muitas vezes, quando não se delimitam critérios anteriormente, alguns dados não são passíveis de serem aproveitados. Por exemplo, se a resposta for Mimi, não conseguiríamos utilizar este dado, pois estamos, provavelmente, interessados na espécie do bicho de estimação.

O processo de geração de uma classificação da variável é sempre necessário. Por ser algo bastante importante, recomendamos a leitura do artigo "*Classificação e Categorização*". Aqui fazemos algo mais rápido. Algumas pesquisas optam por utilizar uma classificação prévia, apresentando, ao sujeito pesquisado, categorias previamente definidas para que ele apenas escolha entre elas. Por exemplo:

Qual dos bichos de estimação abaixo você prefere?

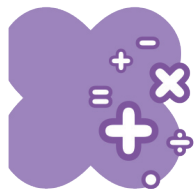
Gato

Peixe

Cachorro

Coelho





Se por um lado, esse tipo de questão facilita a coleta dos dados, por outro, limita as escolhas. Por exemplo, algum aluno poderia gostar de criar patinhos ou alguns outros animais. Muitos optam em transformar numa questão semiaberta, incluindo um item do tipo:

Outros, especificar: .....

A variável “do porquê” é sempre uma questão difícil de ser classificada a partir de questões abertas, portanto, vamos optar por uma classificação prévia e uma questão semiaberta.

Por que você prefere esse tipo de bicho de estimação?

São alegres

São companheiros

São brincalhões

São fofos

São calmos

Outros, especificar: .....

A **quantidade de crianças que mora em casa** é outra variável. Antes de qualquer coisa, precisamos novamente definir o que vai ser considerado como morar na casa. Por exemplo: nas famílias em que o pai, a mãe ou o responsável estão em um segundo relacionamento, pode haver crianças que estão parte da semana na casa, e parte fora. Há ainda famílias em que uma criança estuda em regime de internato, chegando a casa somente nos finais de semana. É preciso definir o que será, portanto, considerado como morar em casa, para que cada um não tenha uma decisão diferente.

Após tal decisão, consideramos que a quantidade de crianças que mora na casa é um número natural maior ou igual a um, já que ao menos o próprio aluno mora na casa. No entanto, podemos recategorizar como uma variável ordinal, como:

Quantas crianças moram em sua casa?

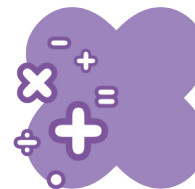
1 a 3 (poucas)

4 a 6 (bastante)

7 ou mais (muitas)

Essa recategorização permite juntar as crianças quando as quantidades ficam muito dispersas mantendo a possibilidade de ordenar, mas não permite operar com os números, como no cálculo de médias e medianas (cujos conceitos não se aplicam para o ciclo de alfabetização).





Os dados precisam ser coletados, e organizados numa planilha de dados (ver o texto de gráficos e tabelas desse caderno).

Simulamos uma planilha deste tipo com 20 crianças entrevistadas.

N.	Nome	Gênero	Bicho favorito	Porquê	Crianças em casa
1	Ana	Feminino	Coelho	São alegres	1
2	Beatriz	Feminino	Cachorro	São calmos	6
3	Carlos	Masculino	Cachorro	São companheiros	1
4	Cláudia	Feminino	Gato	São fofos	3
5	Clementino	Masculino	Coelho	São alegres	5
6	Dário	Masculino	Gato	São calmos	1
7	Diogo	Masculino	Cachorro	São brincalhões	3
8	Maria Claudia	Feminino	Cachorro	São fofos	4
9	Manoel	Masculino	Gato	São calmos	2
10	Marcelo	Masculino	Gato	São companheiros	2
11	Natanael	Masculino	Coelho	São fofos	3
12	Patrick	Masculino	Gato	São alegres	4
13	Pedro	Masculino	Cachorro	São alegres	1
14	Pietra	Feminino	Cachorro	São companheiros	1
15	Raquel	Feminino	Gato	São fofos	2
16	Rita	Feminino	Coelho	São alegres	3
17	Rui	Masculino	Cachorro	São calmos	7
18	Selma	Feminino	Cachorro	São brincalhões	2
19	Tereza	Feminino	Gato	São fofos	6
20	Zélia	Feminino	Coelho	São calmos	8

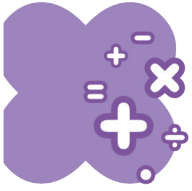
## Como apresentar os dados

Após a coleta e organização dos dados, vem uma etapa de análise estatística. Precisamos buscar as medidas estatísticas que permitam responder à questão posta:

“Qual bicho de estimação favorito dos alunos da turma?”

Em dados nominais, a frequência absoluta é uma das medidas estatísticas utilizadas e que exige apenas a contagem. É importante selecionar um tipo de gráfico ou um tipo de tabela que melhor auxilie a responder às questões.



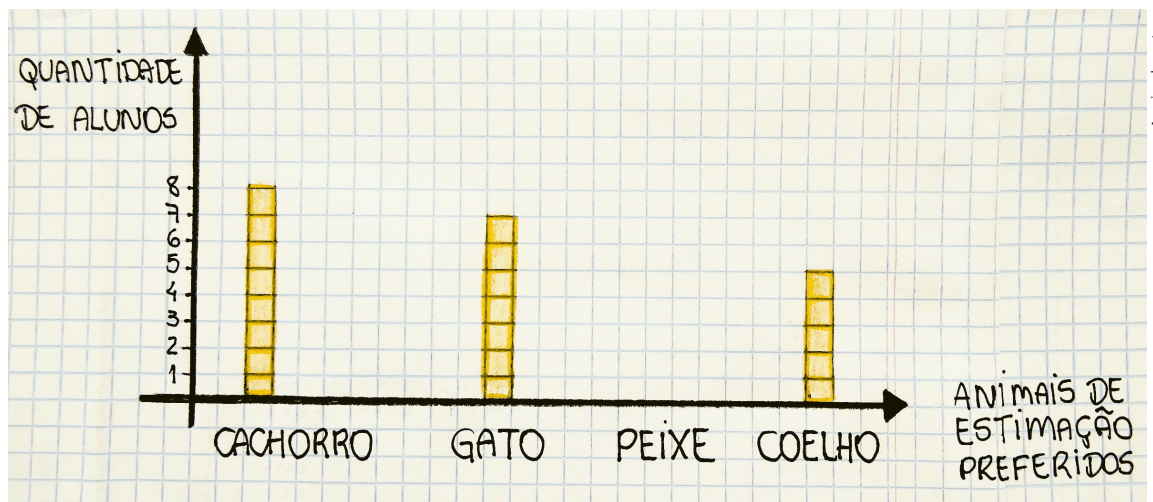


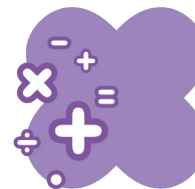
A primeira pergunta a responder é: *Qual o bicho de estimação favorito?* Precisamos de uma tabela de frequência da variável bicho de estimação favorito ou de um gráfico para exibir a frequência absoluta dos bichos. O gráfico pode ser feito com figurinhas, ou em papel quadriculado, para facilitar a visualização e compreensão da criança.

As crianças podem receber retângulos e “colar” na coluna acima do animal preferido, tomando os devidos cuidados para não danificar o quadro com colas não laváveis.



As crianças podem registrar na folha quadriculada esta produção coletiva:





Pode-se então criar uma tabela com as informações do gráfico:

### Frequência de crianças por bicho preferido

Bicho de estimação preferido	Quantidade de crianças
Cachorro	8
Gato	7
Peixe	0
Coelho	5

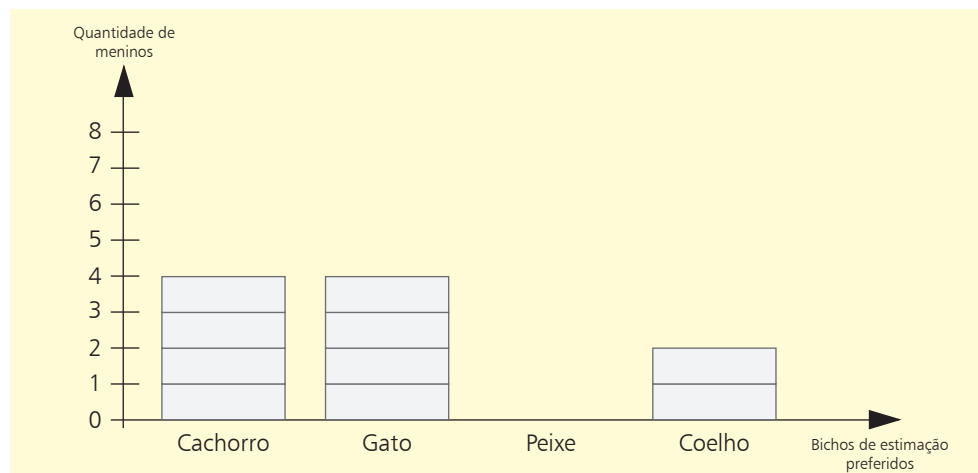
Após construírem cada gráfico ou tabela, é importante discutir com os alunos, que informações se podem obter dessas representações. Uma série de perguntas podem ser feitas a partir do gráfico: O que significa não ter nenhum quadradinho acima do peixinho? Qual o bicho mais escolhido?

O tratamento dos dados deve estar atrelado às perguntas geradas. Portanto, uma pergunta a ser discutida é relativa à hipótese de que as meninas gostam mais de gatos e os meninos de cães.

Podemos fazer uma tabela somente das meninas e outra somente dos meninos.

### Frequência de meninos por bicho preferido

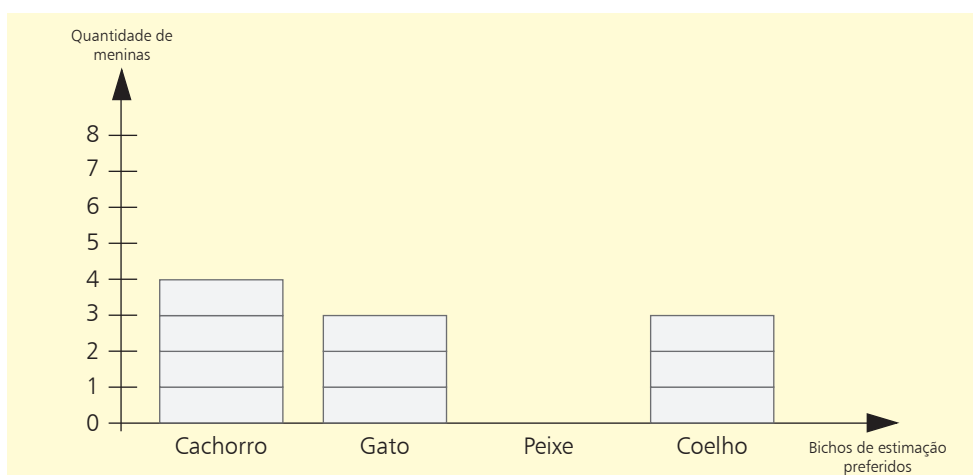
Bicho de estimação favorito	Quantidade de meninos
Cachorro	4
Gato	4
Peixe	0
Coelho	2





### Frequência de meninas por bicho preferido

Bicho de estimação favorito	Quantidade de meninas
Cachorro	4
Gato	3
Peixe	0
Coelho	3



Isto permitirá que as crianças vejam que, nesses dados organizados, há, dentre os meninos da turma, um equilíbrio entre os que preferem cachorros e gatos. Já dentre as meninas, há mais meninas que preferem cachorro, o que derruba a hipótese levantada.

Uma outra possibilidade é pedir que as crianças utilizem cores diferentes de quadradinhos para meninos e meninas e assim construir um gráfico que possa distingui-los.

Explore com as crianças o máximo de informações que possam tirar dos gráficos.

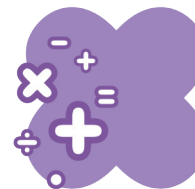
### Interpretando os dados

É importante apresentar os dados tratados por meio de gráficos e tabelas que tenham relação com as perguntas levantadas, e dizer o que se pode interpretar a partir deles. Uma tendência comum das crianças é fugir dos dados e falar o que acham, mesmo que os dados digam outra coisa. É preciso buscar que elas sejam críticas e contrastem o que pensam com o que os dados dizem. Fazer uma apresentação para comunicar os resultados e, se for o caso, tomar decisões.

Este artigo teve como objetivo apresentar discussões acerca da pesquisa como eixo estruturador do ensino de Estatística, ressaltando as possibilidades para o ciclo de alfabetização. O texto seguinte aborda a classificação e a categorização, aspectos essenciais na Educação Estatística e em várias outras áreas da Matemática.







## CLASSIFICAÇÃO E CATEGORIZAÇÃO

Verônica Gitirana

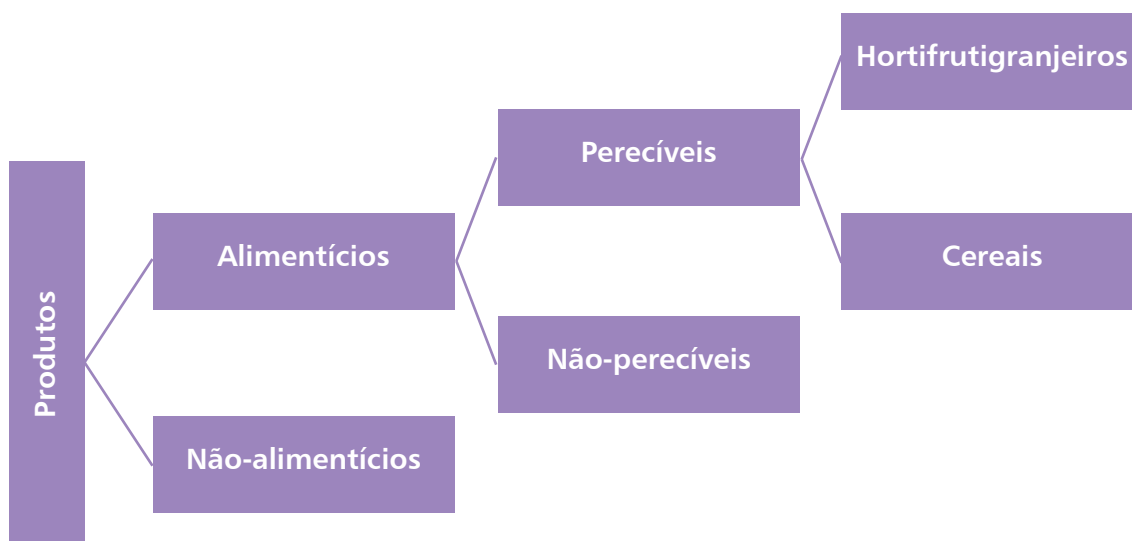
17

A classificação está na base de várias atividades humanas. Todo objeto, ou ser, pertence a uma ou a várias classes. Uma bola está na classe dos brinquedos, por exemplo, mas está também na classe dos objetos com formato de uma esfera. Nas Ciências isto não é diferente. Todo conceito é por si só uma classe. Ao definir um conceito, estamos diante das características necessárias para um elemento ser parte dessa classe (conceito). O uso dessas características nos permite decidir se certo objeto é ou não parte de uma classe.

A todo momento as pessoas precisam gerar classificações que sejam compreensíveis para elas e para outros. Em casa, para organizar os armários da cozinha, estamos diante de uma atividade em que a classificação é essencial.

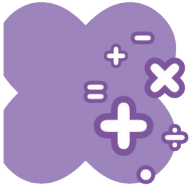
Quando a classificação não segue critérios bem definidos, fica a cargo da memória lembrar onde encontrar cada objeto. Quando se tem os critérios bem definidos, basta saber a que classe o objeto procurado pertence. Em geral essa classificação é feita sem muitos cuidados de explicitação, tanto que quando chega uma visita em casa e ela resolve guardar os objetos, tudo fica fora do lugar que você costumava guardar.

Quando for a um mercado perceba como as coisas são classificadas em grandes grupos, por exemplo: alimentícios e não alimentícios. E, depois, em grupos menores, e esses em grupos ainda menores<sup>1</sup>:



<sup>1</sup> O diagrama mostra apenas uma pequena exemplificação do complexo processo do sistema de classificação dos mercados.



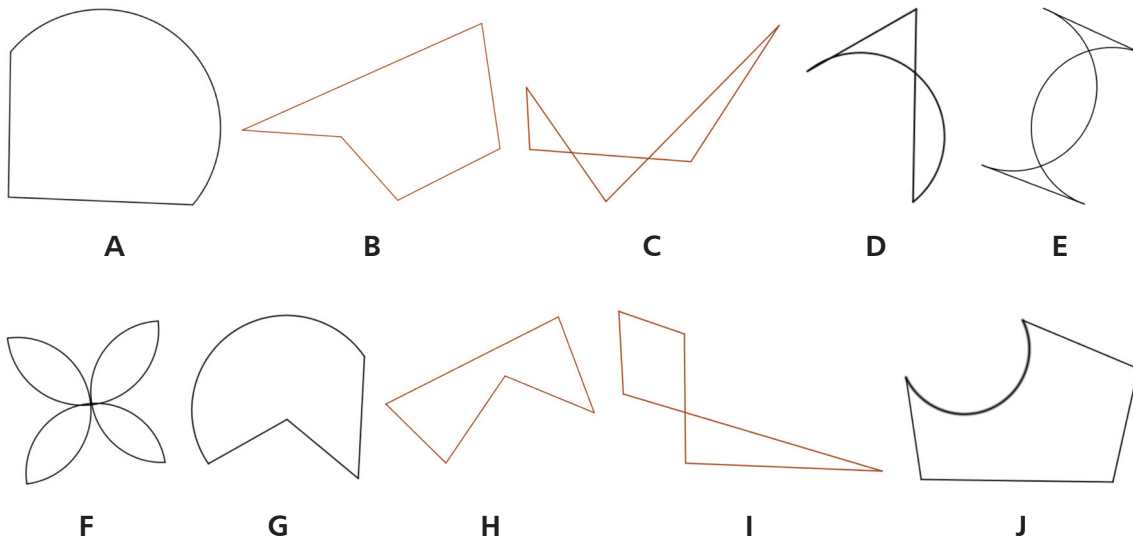


Diante de tudo isso é importante, desde cedo, trabalhar com a criança práticas de classificação. Temos então, duas possibilidades de atividades: uma é a geração de uma classificação a partir de dados, e a outra é colocar os dados (objetos) nas classes corretas de classificações previamente elaboradas.

No caso da geração de uma classificação, é preciso estudar as características dos dados (ou objetos) e escolher os critérios que serão utilizados para definir cada classe. Uma classificação pode ser feita com um ou mais critérios, porém, neste texto, discutiremos essencialmente a geração de classificações a partir de um único critério – a categorização.

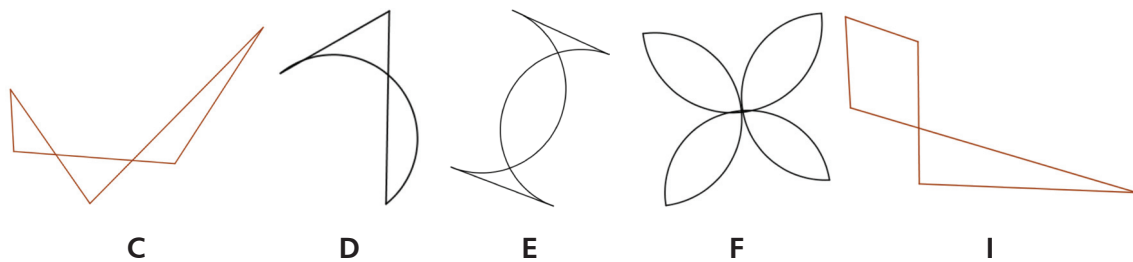
É importante salientar que esse exemplo é apenas para fins didáticos e para uso do professor. Exemplos adequados para o trabalho em sala de aula do ciclo de alfabetização são descritos mais adiante.

Para facilitar o entendimento deste texto, utilizaremos como **exemplo**, a classificação de 10 figuras geométricas não prototípicas<sup>2</sup> a seguir:



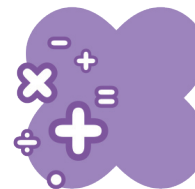
Uma das dificuldades dos alunos é definir um critério para a criação das categorias. Por exemplo, um aluno poderia, em uma primeira categoria, usar como critério o fato de ter autointersecção, juntando as figuras como “figuras que têm autointersecção” e “figuras que não têm autointersecção”.

### Figuras com autointersecção

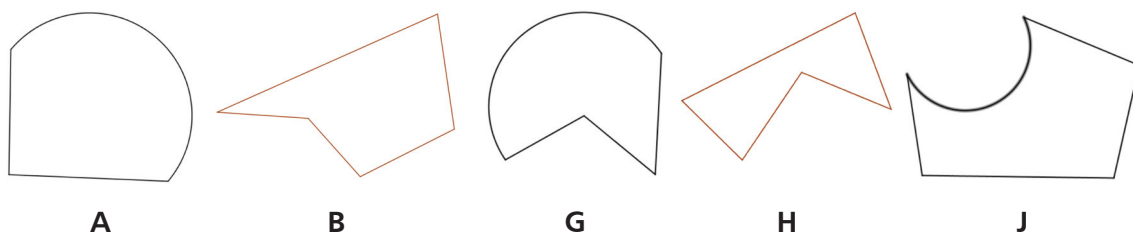


<sup>2</sup> Figuras não prototípicas são aquelas que não representam protótipos (modelos) nas salas de aula.





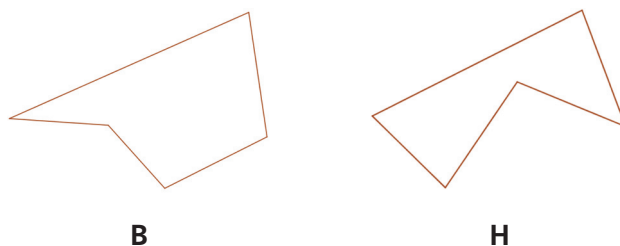
**Figuras sem autointersecção**



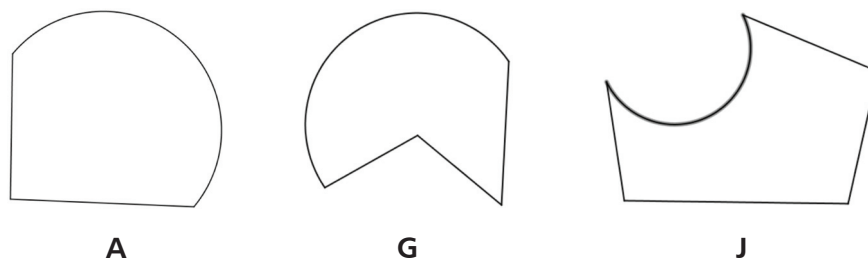
A compreensão dessas categorias exige que se reconheça a propriedade da autointersecção. Tendo conhecimento da propriedade, ao apresentarmos então uma nova figura, a criança deve ser capaz de saber em que grupo colocá-la.

Cada categoria pode sofrer novas partições. Ao olhar as figuras que estavam no “grupo das figuras sem autointersecção”, a criança observou que poderia separá-las em figuras somente com segmentos de reta ou figuras com curvas e segmentos de reta. Nesse sentido, produziram mais duas categorias:

**Figuras somente com segmentos de reta**



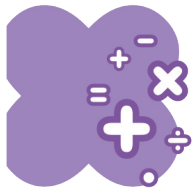
**Figuras com curvas e segmentos de reta**



Entretanto, observando isoladamente as figuras D e E, elas poderiam também ser colocadas na categoria das figuras com curvas e segmentos de reta.

Em Estatística, e em várias situações da vida cotidiana, é importante gerar categorizações em que um mesmo dado seja alocado sempre em apenas uma categoria.





Em nosso exemplo, uma primeira categorização poderia ser ter, ou não, auto intersecção (qualquer que seja ela - entre seus segmentos ou curvas ou de uma curva). Geraríamos então uma categorização binária – tem ou não tem autointersecção.

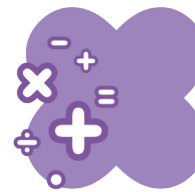
Uma outra possibilidade de categorização seria ter apenas curvas, ter curvas e segmentos, ter somente segmentos.

É importante observar que a categoria ter apenas curvas, incluirá somente a figura F, dentre as 11 figuras desenhadas anteriormente. Uma categoria com uma única figura muitas vezes sofre resistências dos alunos. É como se eles resistissem a falar de um grupo com um único elemento ou mesmo de um grupo sem elementos. Veja que na Estatística as categorias lançadas em uma pesquisa, muito comumente têm frequência zero, ou seja, dentre a população pesquisada, não apresentam componentes.

Um dos aspectos importantes nas atividades de classificação é indagar: classificar para quê? É o conteúdo dessa resposta que valida a classificação realizada.

Trabalhos com classificações a partir de situações do cotidiano devem ser incentivadas. Uma atividade bastante divertida é pedir às crianças que tirem seus calçados e dividam-se em dois grupos. Cada grupo classifica seus calçados conforme um critério estabelecido pelo grupo e caberá ao outro grupo descobrir o critério utilizado.

Nesse artigo foram abordadas a classificação e a categorização. A seguir serão discutidos aspectos referentes a construção de gráficos e tabelas.



## CONSTRUÇÃO E INTERPRETAÇÃO DE GRÁFICOS E TABELAS

Gilda Guimarães  
Izabella Oliveira

A pesquisa como atividade regular na formação do aluno pode ser definida como o conjunto de atividades orientadas e planejadas para a busca de um conhecimento novo. Considera-se como fundamental na atitude investigativa a preocupação em formular questões, elaborar hipóteses, escolher amostra e instrumentos adequados para a resolução de problemas, a coleta dos dados, a classificação e representação dos mesmos para uma tomada de decisão. O tema deste artigo trata desse último tópico: a representação dos dados.

A Estatística tem como um de seus objetivos organizar e resumir grandes quantidades de dados mediante o uso de medidas e representações que mostrem, de maneira sintética, o perfil dos dados coletados, as tendências e relações entre as variáveis. A partir de gráficos e tabelas podemos nos informar sobre os mais variados assuntos e, a partir dos dados, refletir sobre o que eles indicam sobre a temática. Assim, o trabalho com estatística pode ser facilmente integrado com qualquer área de conhecimento ou disciplina. Nesse sentido, é fundamental que os dados utilizados nessas representações sejam reais, pois somente dessa forma poderão subsidiar reflexões sobre fenômenos naturais ou sociais.

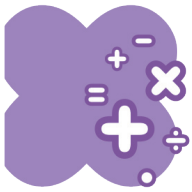
É fundamental que haja muito cuidado na apresentação dos dados, tanto na forma de gráficos, quanto de tabelas. Além disso, deve-se fazer uma interpretação criteriosa daquilo que é apresentado.

### Tipos de Gráficos e sua construção no ciclo de alfabetização

Os gráficos evidenciam uma visão geral dos dados e favorecem compreensão visual das informações. Entretanto, essa facilidade aparente na interpretação de um gráfico pode gerar alguns equívocos. Escalas incorretas geram análises erradas. Portanto, é fundamental que os alunos analisem um gráfico apoiando-se sobre os fatores que o motivaram e não sobre a sua aparência. Tais habilidades podem ser construídas desde o ciclo de alfabetização.

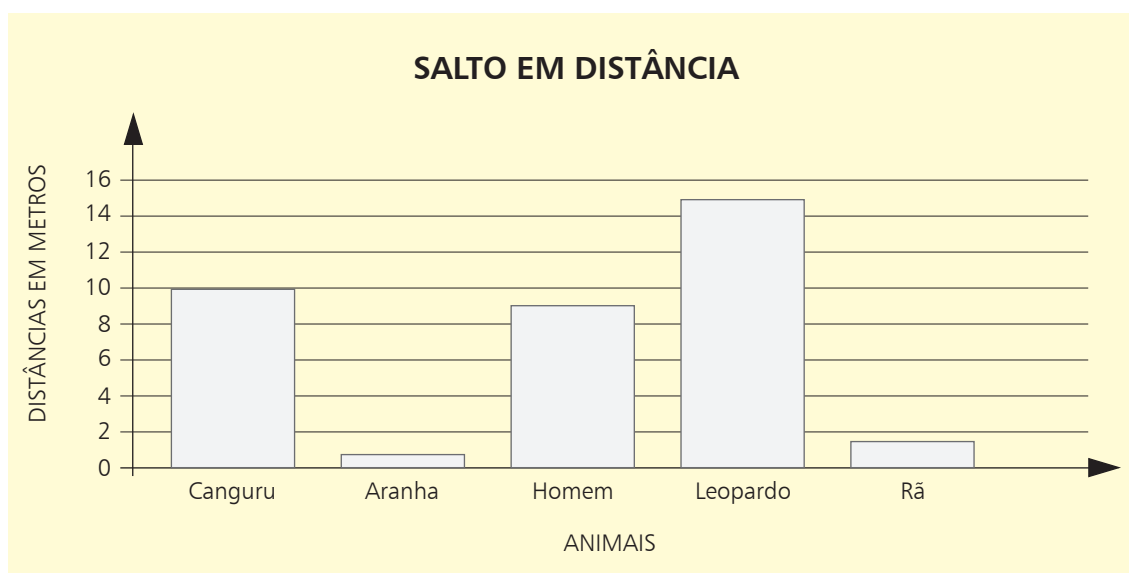
Existem diferentes tipos de gráficos que podem ser trabalhados nos anos iniciais: pictograma, barras, linha e setor. É importante que as crianças tenham oportunidade de conhecer diferentes tipos de representações gráficas para serem capazes de reconhecer a mais adequada aos seus objetivos. Para tal, é preciso compreender as especificidades dessas representações.





Um **gráfico de barras**, tanto horizontal como vertical, permite estabelecer comparações de frequências ou porcentagem. No caso das crianças pequenas (Educação Infantil e 1º ciclo), devemos trabalhar apenas com as frequências. Também é preciso enfatizar que todas as barras devem ter a base com a mesma medida e que a separação entre elas deve ser uniforme.

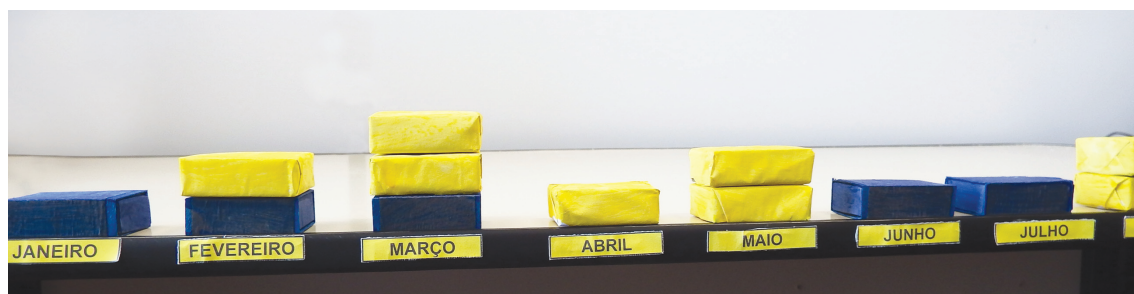
No caso da figura a seguir, é apresentado o título que anuncia o tema (salto em distância). Os eixos estão nomeados (animais e distância) e a fonte onde os dados foram coletados está expressa abaixo do gráfico. Nesse gráfico, a escala utilizada foi de 2 em 2.



Fonte: Guia dos curiosos.

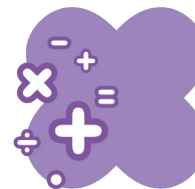
No ciclo de alfabetização, o trabalho com gráficos pode iniciar pela construção desse tipo de representação utilizando materiais manipuláveis como tampinhas de garrafa PET, caixinhas de fósforo, etc. Fazê-los com esses materiais auxilia também no trabalho com alunos com deficiência visual.

O processo de construção de gráficos pode fazer parte da rotina semanal das crianças em diferentes situações. No início do ano, por exemplo, pode-se fazer um gráfico dos aniversários das crianças.



Arquivo dos autores





Como já salientado no texto: “A pesquisa como eixo estruturador da Educação Estatística”, é imprescindível que o gráfico não seja um mero adorno em sala de aula e que as crianças sejam incentivadas a planejar e interpretar as informações que ali estão apresentadas. Além disso, é importante relembrar que gráficos são, também, importantes recursos para auxiliar os alunos a construírem a noção de número de forma contextualizada, além de funcionarem como disparador de situações problema, notadamente, no campo das operações.

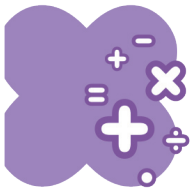
A figura a seguir apresenta um **gráfico de setores**. Este tipo de gráfico permite que comparemos as partes em relação ao todo, cada parte ou setor é uma fração do todo. Para sua interpretação, os alunos precisam compreender a função da legenda, do título, da fonte dos dados, assim como a relação entre parte e seu todo.



Fonte: Pesquisa em sala de aula.

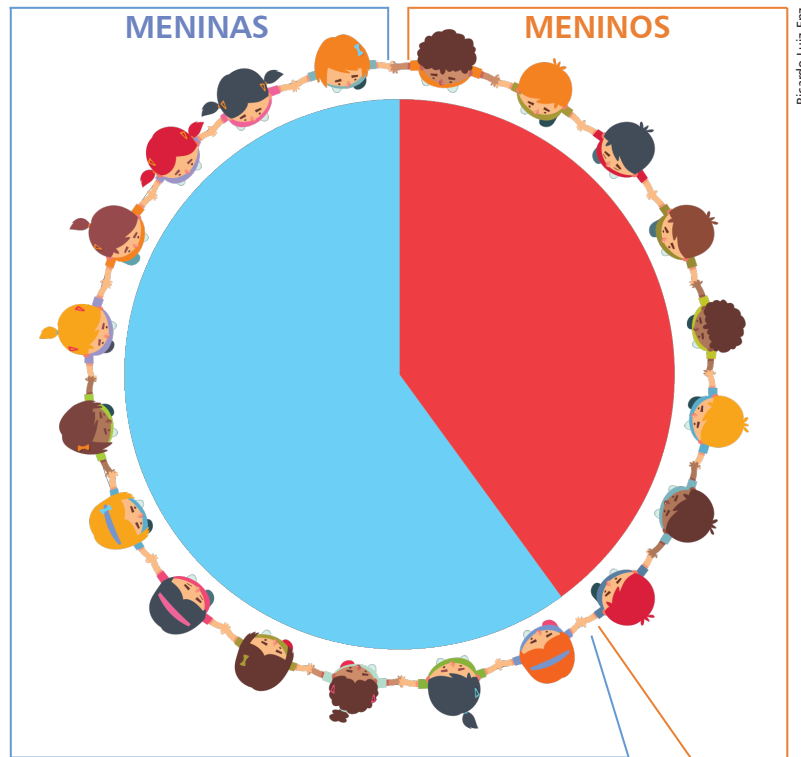
Crianças pequenas são capazes de comparar o tamanho dos pedaços, mas é importante considerar que a comparação entre as frações de um círculo é mais complexa que a comparação entre alturas de uma barra. Entretanto, as crianças pequenas não conseguem construir gráficos como esse com precisão, pois é preciso encontrar o ângulo central correspondente à frequência que se deseja representar. Por exemplo, se precisamos representar uma frequência de 50%, o ângulo central correspondente é de 180°, ou seja, metade do círculo.





Por outro lado, é possível obter aproximações razoáveis<sup>3</sup>, como mostram os exemplos a seguir:

- 1) Em uma situação em que se deseja um gráfico de meninos e meninas, pode-se colocar as crianças em roda, fazendo um círculo no centro da roda e unindo as extremidades.



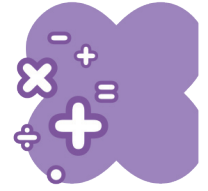
- 2) De forma semelhante, com várias tampinhas de PET, estabelece-se que cada tampinha equivale a duas crianças e faz-se uma roda com as tampinhas, procedendo-se da mesma forma que o caso anterior.



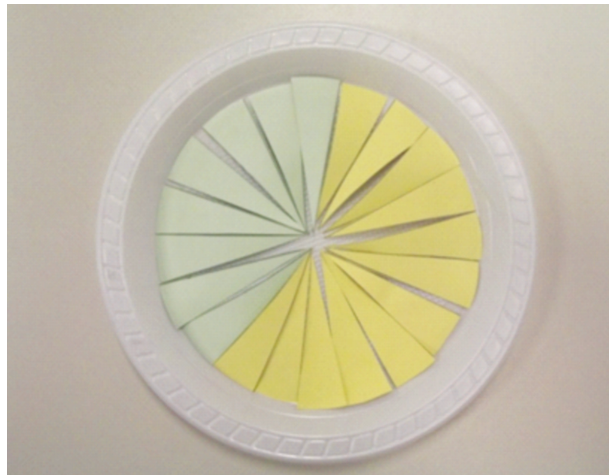
<sup>3</sup> De fato, são apenas aproximações. O intuito de trazer essas possibilidades é fazer com que a criança possa participar da construção desses tipos de gráficos e não apenas contemplá-los. Tais representações poderão ser feitas com exatidão e compreensão somente mais tarde, quando conceitos de ângulo e proporcionalidade estiverem consolidados.





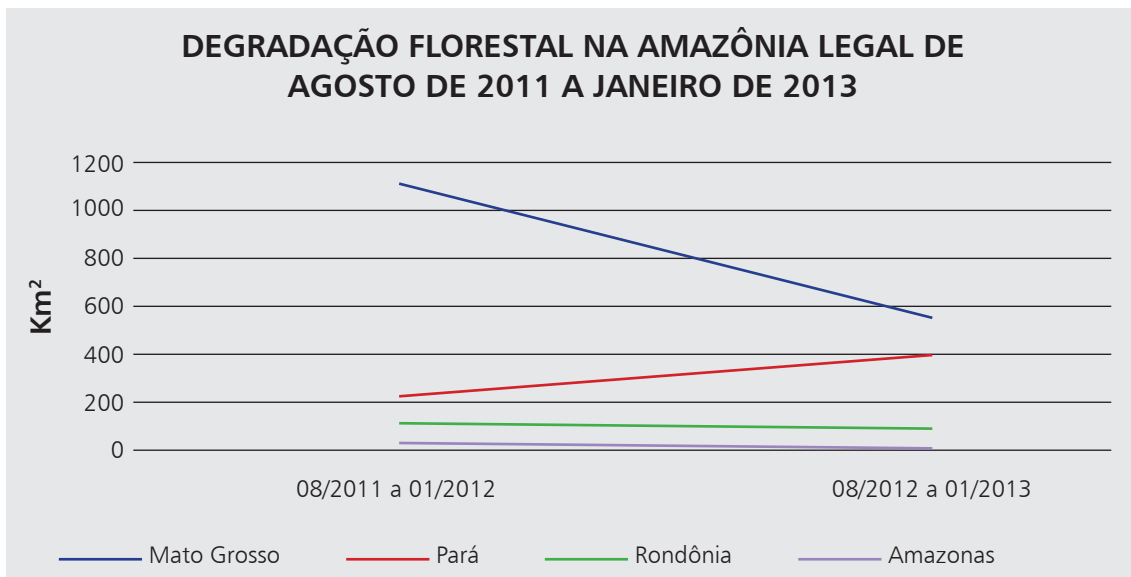


- 3) Utilizando uma escala adequada, previamente preparada pelo professor, pode-se utilizar vários setores circulares dentro de pratinhos de festa ou de pizza. Nesse caso, prepara-se 20 setores circulares recortados. Meninos recebem setores verdes e meninas recebem setores amarelos e juntos montam o gráfico.



Arquivo dos autores

Os dados apresentados acima não são adequados para serem apresentados em um **gráfico de linhas**. Os gráficos de linhas geralmente apresentam dados de determinados eventos no decorrer de um espaço de tempo. Veja o exemplo.

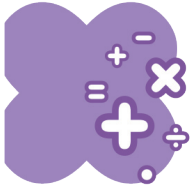


Fonte: Imazon/SAD

Fonte: Imazon/SAD.

O gráfico acima é inadequado para o trabalho com crianças de 6 a 8 anos. O eixo vertical apresenta uma variável expressa em  $\text{km}^2$ , além dos números indicarem quantidades ainda incompreensíveis para estes alunos. Todavia, o critério que adotamos neste texto, até o momento – o leitor deve ter reparado –, foi o de apresentar um gráfico de “vida real” (das crianças), o que não é o caso do apresentado acima, seguido de um gráfico escolar. Nesta situação, qual seria um exemplo de gráfico de linhas de “vida real das crianças”?

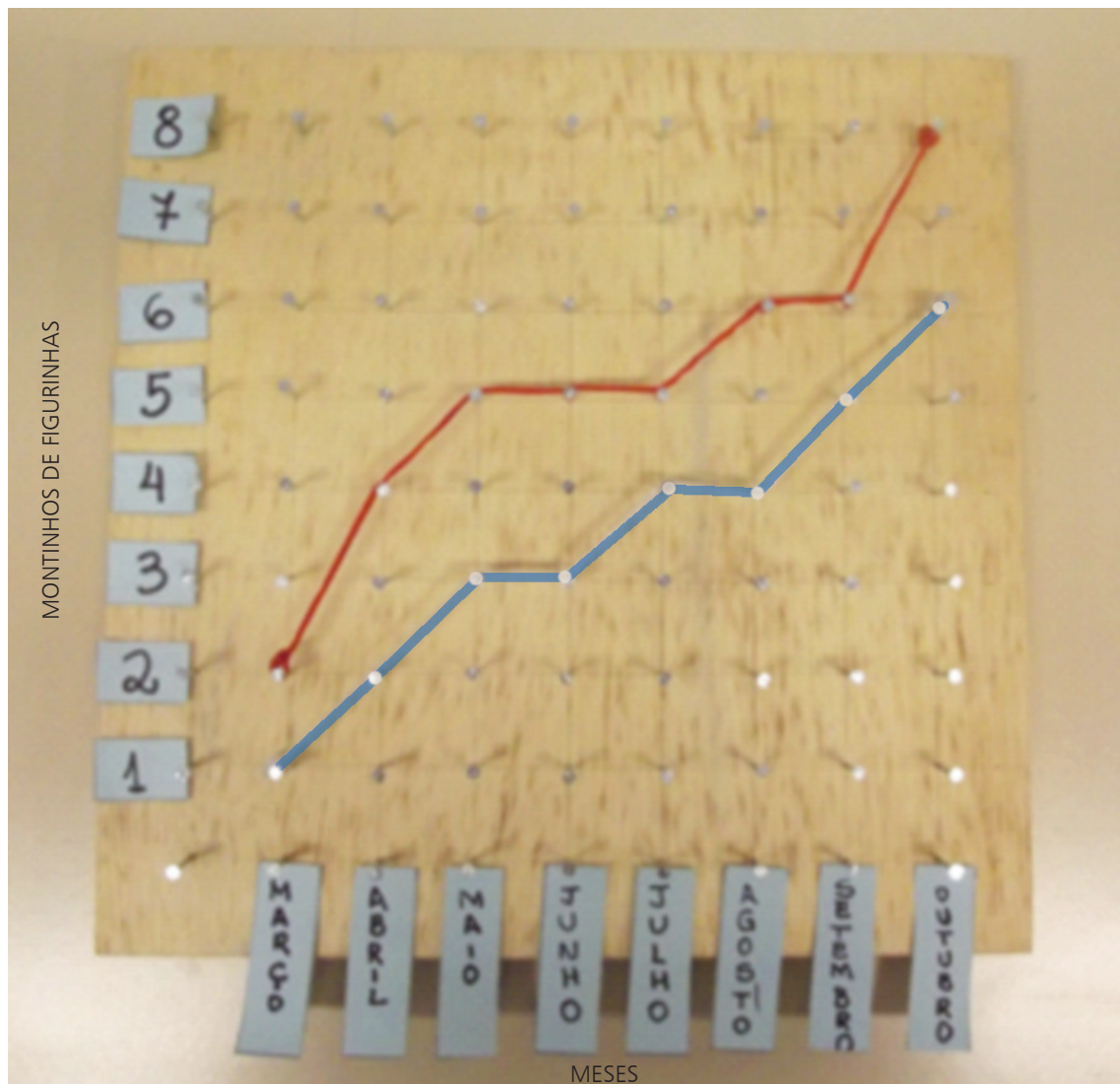




De forma geral, esse gráfico é utilizado para representar evoluções de uma determinada situação no decorrer do tempo. Uma possibilidade de levar as crianças a construírem esse tipo de gráfico é a utilização do Geoplano<sup>4</sup> e barbantes. Na situação abaixo, as crianças construíram um gráfico de linhas mostrando a evolução da coleção de figurinhas (que juntaram em montinhos de 10) durante o primeiro semestre.

Da mesma forma que nos gráficos de barras, é fundamental colocar os nomes dos eixos, escala, título e fonte.

### COLEÇÃO DE FIGURINHAS NO 1º SEMESTRE DE 2013

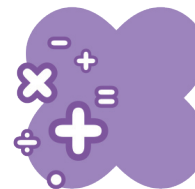


Arquivo dos autores

Fonte: Pesquisa em sala de aula.

<sup>4</sup> O geoplano é um material que constitui-se de uma placa de madeira, marcada com uma malha quadriculada ou pontilhada. Em cada vértice dos quadrados formados fixa-se um prego, onde se prenderão elásticos, usados para "desenhar" sobre o geoplano. De modo geral esse material é utilizado para o trabalho com a Geometria e é particularmente indicado para alunos com deficiência visual.





Dentre os gráficos, o pictograma é o mais indicado para o trabalho com as crianças pequenas. Seja por sua simplicidade, seja pelo apelo visual que oferece. Nesses gráficos utilizamos ícones para representar os dados. Um ponto importante que deve ser considerado é o tamanho e o espaçamento entre os ícones. Esse tipo de gráfico é mais utilizado quando queremos representar quantidades pequenas ou em casos em que se trabalha com múltiplos de uma quantidade.

Na situação abaixo, as crianças representaram os gols da copa de 2010.

### TABELA DE GOLS DA COPA DE 2010

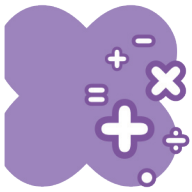


Arquivo dos autores

Fonte: <<http://futpedia.globo.com/campeonato/copa-do-mundo>>.

Eventualmente, pode ser necessário criar uma escala para representar os dados que temos. Porém, além de simplesmente se introduzir uma escala, os alunos devem perceber e compreender a necessidade de criá-la.





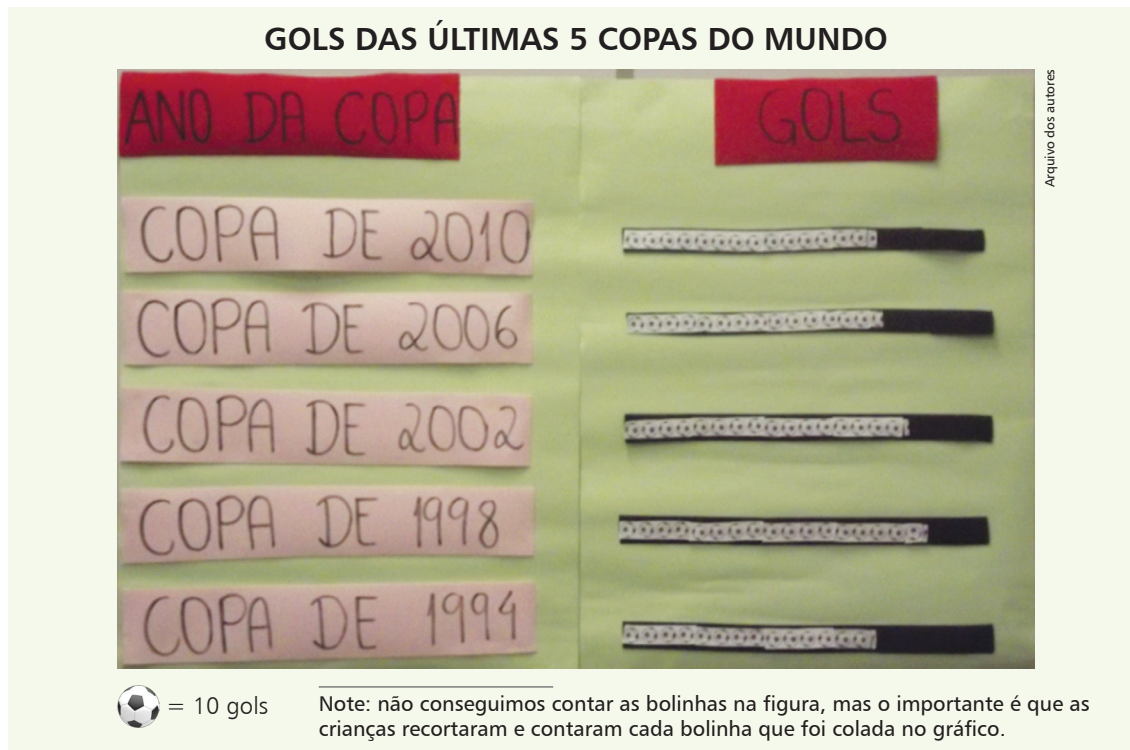
As crianças ficaram sabendo que, recentemente, foram divulgados todos os gols das copas desde o ano de 1994. Juntamente com a professora, conseguiram a seguinte tabela:

**TABELA DE GOLS DAS ÚLTIMAS 5 COPAS DO MUNDO**

edição	jogos	gols	campeão
Copa do Mundo 2010	64	145	Espanha
Copa do Mundo 2006	64	147	Itália
Copa do Mundo 2002	64	161	Brasil
Copa do Mundo 1998	64	171	França
Copa do Mundo 1994	52	141	Brasil

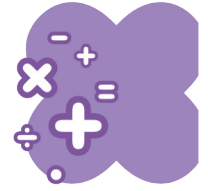
Fonte: <<http://futpedia.globo.com/campeonato/copa-do-mundo>>.

Os alunos observaram que seria muito trabalhoso fazer mais de 100 bolinhas para representar os gols realizados pelos países campeões. Decidiram, portanto, que cada bolinha valeria 10 gols. Obtiveram, assim, a seguinte representação:



Fonte: <<http://futpedia.globo.com/campeonato/copa-do-mundo>>.





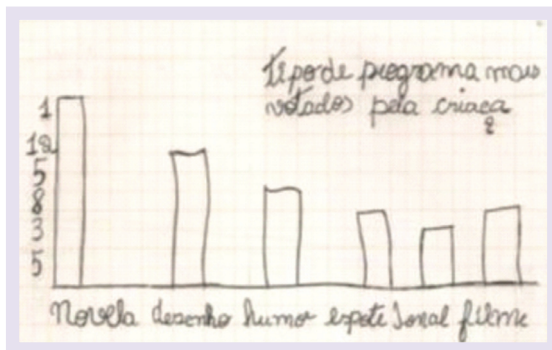
Assim, cada figura pode valer 1 unidade, 10 unidades, 1000 unidades, etc. Nessas situações, é necessário considerar a compreensão que os alunos têm do sistema de numeração em relação à noção de agrupamento ou da ideia multiplicativa que está por trás dessa compreensão, por exemplo, quando um ícone vale 5 ou 10 elementos. Vale ressaltar que uma interessante discussão é resolver o que fazer quando temos que representar com uma bolinha que vale 10 gols, apenas 3 gols. Ainda que a representação seja imprecisa, as crianças já podem perceber que precisam, nesse caso, colar no gráfico, menos de meia bolinha.

### Algumas dificuldades

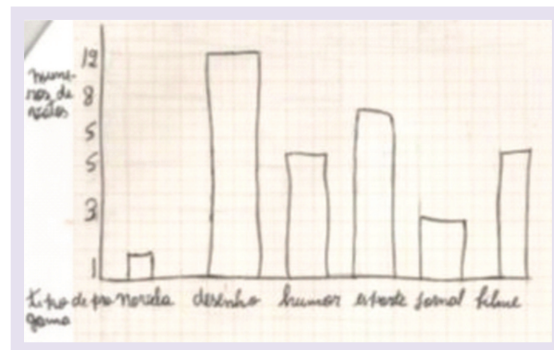
Construir um gráfico, em geral, é mais difícil do que interpretar, pois para construir é preciso conhecer as especificidades da representação e, principalmente, estabelecer a escala que será utilizada. Como tem se mostrado em pesquisas, a escala tem sido o maior desafio para os alunos ao construírem e interpretarem um gráfico. Uma explicação possível para essa dificuldade é a pouca reflexão sistematizada sobre escalas que vem ocorrendo na escola.

Vejam algumas das dificuldades de crianças na construção de escalas:

**Aluno A**



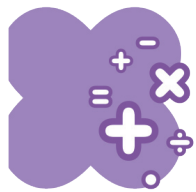
**Aluno B**



Fonte: Silva (2012)

Pesquisando sobre os programas mais assistidos pelos colegas, dois alunos construíram os gráficos acima. Podemos ver que ambos apresentam incompreensão em relação à escala. O aluno A, preocupou-se em representar uma barra correspondente ao número 1, outra com o número 12 e assim por diante, mas não se preocupou em colocar os números na sequência numérica e nem que os espaços entre os mesmos fosse proporcional a sua grandeza. O aluno B coloca os números na sequência, mas também não compreende a função da escala, uma vez que existe duas vezes o número 5. Também não considera a proporcionalidade entre os valores. Assim, os alunos devem ser levados a compreender que a proporcionalidade que deve existir entre os intervalos de uma escala, é algo que deve ser respeitado e é importante para a compreensão do mesmo.

O conceito de escala é gradativamente trabalhado a partir deste ciclo. Já nas primeiras construções com pictogramas ou gráfico de barras, atentemos para algumas características que devem ser respeitadas com vistas a não se criar obstáculos ao aprendizado futuro.



## Interpretando Gráficos

Até aqui, refletimos a respeito da construção de gráficos. Agora, analisaremos outro tipo de atividade desenvolvida em sala de aula, a interpretação deles. Construir e interpretar são duas atividades distintas, porém complementares.

Para interpretar um gráfico é fundamental que se analise a informação numérica proposta nele para não se deixar enganar por sua aparência geral. Os gráficos podem ser usados para evidenciar ou ocultar a origem e validade das informações.

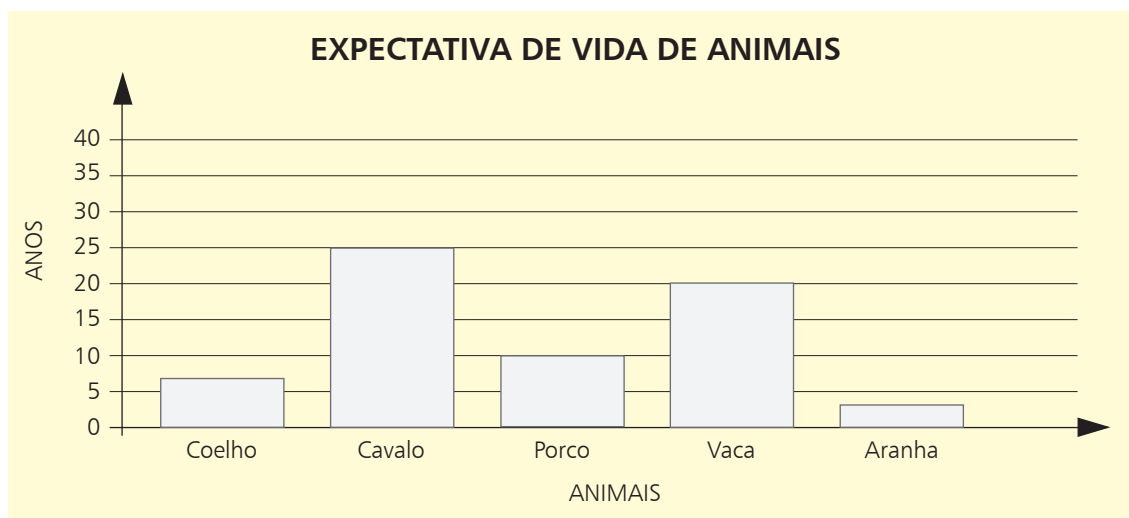
Desde o início da escolarização, os alunos são capazes de compreender aspectos da variabilidade entre os dados apresentados em um gráfico, o que pode ser potencializado se eles vivenciarem na escola situações de ensino que os desafiem a analisar e refletir sobre dados tratados estatisticamente.

Diante de um gráfico, vários tipos de questões podem surgir. Podemos, por exemplo, perguntar sobre pontos extremos do gráfico (ponto máximo e mínimo), pedir a localização da frequência de uma categoria ou a categoria de uma frequência, a localização de acréscimos, decréscimos ou ausência de variação. Questões como essas levam os alunos a procurar a resposta no próprio gráfico relacionando suas informações. As respostas a essas questões estão expressas no gráfico. Entretanto, muitas vezes, queremos tomar decisões a partir dessas informações e para isso, temos que fazer uma extrapolação dos dados apresentados, realizando aquilo que é chamado de inferência informal.

A inferência informal é um processo criativo, indutivo, no qual o aluno gera uma hipótese provisória, observando padrões nos dados. Essa é uma abordagem poderosa para desenvolver o raciocínio estatístico dos alunos.

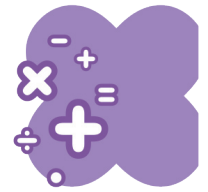
\*\*\*

Além da possibilidade de permitir inferências, a interpretação dos gráficos exige, por vezes, a leitura de dados que não estão explícitos na escala, como ocorre na situação a seguir. Observe o gráfico:



Fonte: Guia dos curiosos





A partir da leitura do gráfico<sup>5</sup>, podemos perguntar, por exemplo:

- Qual o animal que tem a expectativa de vida de 10 anos? (*valor explícito na escala*)
- Qual o animal que tem a expectativa de vida de 7 anos? (*valor implícito na escala*)

Novamente chamamos a atenção sobre a escala. Na questão “a”, o valor 10 anos solicitado está expresso na escala. Já na questão “b” o valor 7 anos não está apresentado de forma explícita, o que leva o aluno a ter que identificar o valor que está no meio da região entre 5 e 10 anos.

Os alunos demonstram bom desempenho quando o valor solicitado em uma interpretação está explícito na escala. Porém, quando o valor está implícito, apresentam dificuldades, pois isso exige deles a compreensão da proporcionalidade entre os valores explícitos.

É fundamental propor um trabalho sistematizado com representações gráficas, considerando os diferentes tipos de gráficos e as diferentes unidades escalares, aliando esse trabalho à compreensão de diferentes grandezas, principalmente a grandeza comprimento, discutindo as unidades de medidas e suas subunidades, para que, de fato, possamos formar cidadãos críticos frente às diversas estratégias utilizadas para mascarar, omitir ou manipular as informações. Esse trabalho inicia-se, da forma elementar como já exemplificamos, no ciclo de alfabetização, e deve acompanhar o aluno em toda a sua vida escolar.

## Trabalhando com Tabelas

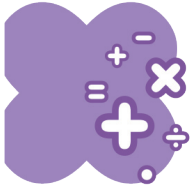
Atualmente, o termo tabela é utilizado para nomear várias coisas, tais como: uma lista de compras, um rol de dados, um quadro, um banco de dados, etc. Todas essas “tabelas” têm, entre elas, uma característica em comum – são apresentadas dentro de uma moldura.

Entretanto, no campo da Estatística, uma tabela é uma organização matricial composta por linhas e colunas, cujas interseções são denominadas de células, nas quais se encontram dados que podem ser números, palavras, frases, etc. Em uma tabela, nas linhas está apresentada uma variável e nas colunas outra(s) variável(is) relacionadas.

Da mesma forma que os gráficos, a tabela deve conter um título, um cabeçalho, o corpo e a fonte. No título é preciso informar a época à qual se refere, o local onde ocorreu o evento e o fenômeno que é descrito. No cabeçalho especifica-se o conteúdo das colunas, ou seja, os descritores. No corpo são apresentadas as informações e a fonte indica a pessoa ou entidade responsável pelo levantamento dos dados.

<sup>5</sup> Adaptado de Cavalcanti (2010).





## Quadros e tabelas

Para podermos entender porque tantas coisas diferentes são chamadas de tabela\* analisaremos o que se vê com maior frequência.

a) **Planilha de dados ou banco de dados** é caracterizada por apresentar dados brutos que não receberam nenhum tratamento estatístico.

Aluno	Mascote
João	Cachorro
José	Gato
Maria	Passarinho
...	...

Desenho animado	Cor da roupa	Tamanho	Sexo
Bob Esponja	Amarelo	Pequeno	Masculino
Sherek	Verde	Grande	Masculino
Super homem	Azul	Grande	Masculino
Mônica	Vermelha	Medio	Feminino

b) **Tabela de Distribuição de Frequência (TDF)** é utilizada para verificar como se distribuem os dados nas categorias das variáveis qualitativas ou nas faixas ou classes, para o caso de variáveis contínuas e discretas que assumem muitos valores.

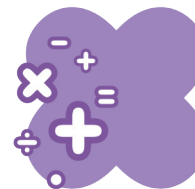
### Distribuição de Frequência por categorias

Jogo preferido	Nº de alunos
Bola	3
Boneca	2
Bicicleta	2
Outro	3
Nenhum	15
Total	25

\* **Nota dos Organizadores:** Tal como em outras situações, não é errado referir-se a estas coisas como "tabelas" no dia a dia. O que se chama a atenção aqui é que no campo da Estatística estes exemplos não mostram o que é entendido por tabela.





**Distribuição de Frequência por pontos**

Nº de animais de estimação	Nº de famílias
0	35
1	100
2	42
3	20
4	5
Total	202

**Distribuição de Frequência por intervalos**

Peso (em Kg)	Nº de alunos
20 – 25	2
26 – 30	4
31 – 35	13
36 – 40	9
41 – 45	2
Total	30

**Distribuição de Frequência de dupla entrada**

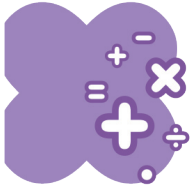
Tipo de filme	Feminino		Masculino		Total	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Comédia	7	38,9	6	40,0	13	39,4
Ação	11	61,1	9	60,0	20	60,6
Total	18	100,0	15	100,0	33	100,0

**Tabelas em livros didáticos**

Um dos materiais mais utilizados pelos professores é o livro didático. Assim, é importante vermos como eles vêm apresentando para os alunos o que é uma tabela.

Várias são as atividades propostas nos livros didáticos que utilizam tabelas. Entretanto, um grande número delas não são propriamente tabelas, como no exemplo a seguir:



**Exemplo 1**

Completar as tabelas.

<b>+</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>9</b>	<b>11</b>	<b>13</b>	<b>15</b>							
<b>14</b>	19	21					<b>-</b>	<b>5</b>	<b>7</b>	<b>9</b>	<b>11</b>	<b>13</b>	<b>15</b>
<b>15</b>							<b>34</b>	29	27	25			
<b>16</b>							<b>35</b>						
							<b>38</b>						

Fonte: Autor

Nesse exemplo, o enunciado solicita que a tabela seja completada. Porém, nessa situação não temos duas variáveis a serem cruzadas. É apresentada uma organização espacial de números igual a de uma tabela, com o objetivo de levar os alunos a realizarem contas e não de cruzarem variáveis.

**Exemplo 2**

Outro tipo de atividade apresentada nos livros didáticos é a de preenchimento de um quadro já estruturado. Nessa atividade o objetivo principal não é discutir a representação em tabela, mas sim levar os alunos a operar sobre os dados.

Calcule o número de visitantes que foram ao zoológico nos dias:

- quarta, quinta e sexta.
- quinta, sexta e sábado.
- sábado e domingo.
- sábado, domingo e quarta.

<b>Número de visitantes do zoológico durante uma semana</b>	
<b>Dia da semana</b>	<b>Número de visitantes</b>
segunda-feira e terça-feira	fechado (para descanso dos animais)
quarta-feira	146
quinta-feira	215
sexta-feira	325
sábado	422
domingo	424

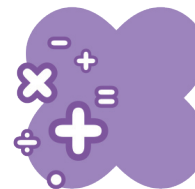
**Exemplo 3**

Outro tipo de atividade que aparece é a construção de tabelas (exemplo 3). Infelizmente, esse tipo de atividade é bem pouco explorado nos livros didáticos. Entretanto, é fundamental que os alunos sejam levados a construir tabelas, definindo descritores/critério, o título e a nomeação de categorias.

Faça uma pesquisa.

Entreviste 3 pessoas mais velhas e 3 colegas da classe para saber quantos irmãos vivos cada um tem. Organize os dados de sua pesquisa em uma tabela e, depois, construa um gráfico de colunas.





Uma combinação equilibrada de todas essas atividades no livro didático favorecerá uma aprendizagem mais consistente da estatística nos anos iniciais. A escola deve superar a prática da sucessão de tarefas relacionadas a aspectos isolados do tratamento de informações. Um trabalho isolado faz com que os alunos percam de vista o processo como um todo. Favorecer uma diversidade de atividades em relação a tabelas e gráficos é um dos papéis importantes do professor na Alfabetização Matemática.

Os alunos precisam aprender a representar dados em uma tabela, mas, principalmente, devem ser capazes de construir tabelas como uma maneira de organizar dados. A introdução da estatística não deve estar focada somente no uso das representações e sim, numa formação estatística necessária para a vida.

### Construção de tabelas

O que fazem alunos dos anos iniciais quando são solicitados a representar dados em tabelas?

Uma das representações que costumamos encontrar é a seguinte:

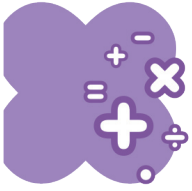
HABITAT DOS PERSONAGENS	
Vivem na água	Vivem na terra
Bob esponja	Mikey
Pequena sereia	Sherek
Nemo	Garfield
	Super Homem

Essa é uma *lista enquadrada* e não uma tabela, porque ela não respeita os critérios necessários para que se caracterize como uma tabela: interseção entre linhas e colunas, cada uma com uma variável, que formam as células.

E por que chamamos de tabela? Porque ela se parece com o que é entendido no dia a dia como sendo tabela: ela tem linhas e tem colunas. Mas, nem tudo que é organizado em linhas e colunas é uma tabela quando estamos falando de Estatística.

Outro tipo de dificuldade é saber a função das linhas e colunas. Na figura a seguir, temos a representação em tabela feita por um aluno do 3º ano que foi solicitado a classificar personagens de acordo com seu habitat e registrar na tabela. Esse aluno criou o desenho da tabela, foi pareando os elementos e escrevendo nas linhas, como nas linhas dos cadernos, ignorando as colunas. Depois ainda faz um





traço, fora das linhas, para realizar uma segunda tentativa de classificar os elementos em dois grupos. O aluno tentou usar o seu quadro como elemento classificador, em lugar de usá-lo para registrar uma classificação já feita.

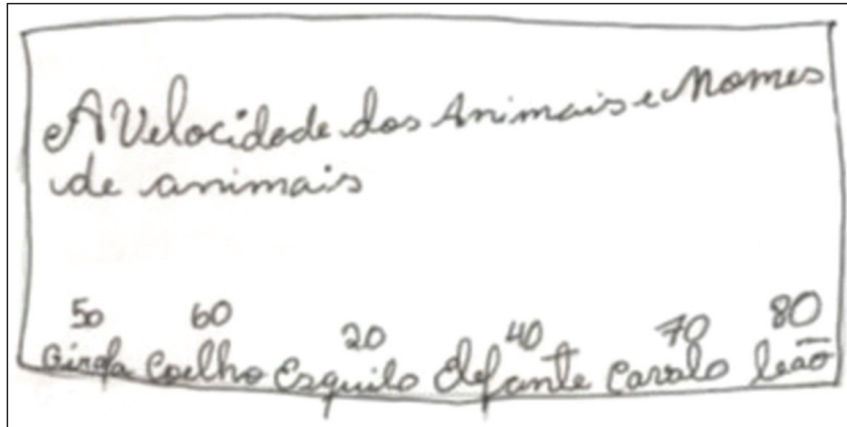
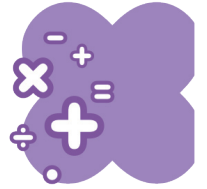
Personagens	1 grupo	—	
	Chueque	o padrinho mágico	
	O gafio	e o Bobo penja	
	E a turma da Mônica		
	2 grupo	—	
	Superome	e a pequena sereia	
	Ie Nemo	e o Brayola	
	1 grupo	—	
	Bobo esponja	e Nemo e o home aranha	
	a turma da Mônica	e o	
	Gafio	e o padrinho mágico	
	2 grupo	Chueque piupiu a pequena sereia e superome	

Personagens	1 grupo	—	
	Chueque	os padrinhos mágicos	
	O gafio	e o Bobo penja	
	E a turma da Mônica		
	2 grupo	—	
	Superome	e a pequena sereia	
	Ie Nemo	e o Brayola	
	1 grupo	—	
	Bobo esponja	e Nemo e o home aranha	
	A turma da Mônica	e o	
	Gafio	e o padrinho mágico	
	2 grupo	Chueque piupiu a pequena sereia e superome	

Representação de Dados de um aluno de 3º ano em uma tabela.

A seguir, podemos observar a dificuldade em realizar o registro, em tabela, de outro aluno de 3º ano. Embora sem sabermos o enunciado do problema evidenciarse, também, a incompreensão em relação à função das linhas e colunas.





Silva (2012)

Outro tipo de registro utilizado é uma tabela cruzada formando pares com marcas em X na intersecção dos mesmos.

	História Quadrinhos	Desenho Animado	Filme
Mickey		X	X
Super Man.	X	X	X
Garfield	X	X	X
Piu-Piu		X	
Bob Esponja		X	X
<del>Bob Esponja</del> Superm.		X	X
Pique na Serica		X	X
Nemo		X	X

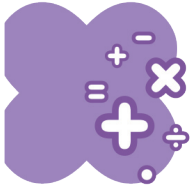
Representação feita por aluno.

Já a figura ao lado mostra uma tabela na qual podemos perceber que o aluno compreende bem a função das linhas e colunas.

Personagens	Habitat
BOB ESPONJA	OCEANO
PIU-SERICA	OCEANO
NEMO	OCEANO
MICKY	TERRA
OS SIMPSONS	TERRA
SUPER HOMEM	TERRA
PIU-PIU	TERRA
SHEREK	TERRA
GARFIELD	TERRA

Representação feita por um aluno de 3º ano.



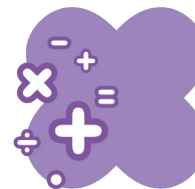


Esses resultados demonstram a importância do trabalho sistemático com a construção de tabelas\* pelos alunos, pois isso não é desenvolvido de forma espontânea. Dessa forma, os professores devem trabalhar com os alunos o que representam linhas e colunas, e a função que essas têm na compilação dos dados. O trabalho com representações em gráficos e tabelas deve fazer parte da rotina escolar, uma vez que permite que o aluno compreenda o mundo natural e social a partir de ferramentas matemáticas. Ainda dentro da Educação Estatística, encontra-se o ensino de combinatória, assunto do próximo artigo.

---

\* **Nota dos Organizadores:** Em outras ocasiões apontamos para o cuidado ao uso de algumas palavras. Dissemos, por exemplo, que não iríamos nos preocupar com a questão da palavra “peso”, que em Física tem um uso específico e que torna “errado” o uso que se faz dela no dia a dia. O mesmo fizemos para a palavra “forma” em Geometria. Aqui, em relação a “tabela” vale a mesma observação e cuidado: no dia a dia a palavra tem um sentido mais geral e vai continuar a ser utilizada e compreendida sem que isso cause danos à comunicação entre as pessoas. No entanto, no contexto da Educação Estatística, cabe ao professor ficar alerta para utilizar a palavra de forma adequada, tal como foi sugerido neste artigo. Mais uma vez é importante destacar: isso não deve ser tomado como objeto de avaliação, muito menos de qualquer forma de “punição” para os alunos.





## O ENSINO DE COMBINATÓRIA NO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO

Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa

Uma das primeiras aprendizagens matemáticas da criança consiste em contar os elementos de diferentes conjuntos e enumerá-los para determinar quantos são. Conhecida como a arte de contar, a *Combinatória*, como um tipo de contagem, exige que seja superada a ideia de enumeração de elementos isolados para se passar à contagem de grupos de objetos, tendo como base o raciocínio multiplicativo.

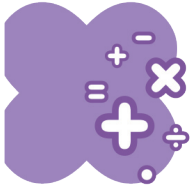
De acordo com Pessoa e Borba (2009), a *Combinatória* nos permite quantificar conjuntos ou subconjuntos de objetos ou de situações, selecionados de um conjunto dado. A partir de determinadas estratégias, pode-se saber quantos elementos ou quantos eventos são possíveis numa dada situação, sem necessariamente ter que contá-los um a um. Na *Combinatória* contam-se, através de uma ação sistemática, baseando-se no raciocínio multiplicativo, grupos de possibilidades. Isso deve ser feito por meio de uma estratégia que atenda aos requisitos desses tipos de problemas, como a constituição de agrupamentos, a determinação de possibilidades e sua contagem.

A *Combinatória* exige o trabalho com o pensamento hipotético-dedutivo, base para o conhecimento científico, através do qual os alunos precisarão superar o senso comum imediato, o real material, e pensar naquilo que pode ser possível. Para isso, é preciso levantar hipóteses, pensar em estratégias para solução, manipular variáveis, enumerar possibilidades. No caso da *Combinatória*, nenhuma estratégia está pronta imediatamente ao se deparar com o problema, ela precisa ser construída, e isso coloca o aluno frente a um problema a ser resolvido.

Apesar de fazer parte do campo conceitual das estruturas multiplicativas, estes não são problemas multiplicativos comuns, são mais complexos e não costumam ser resolvidos via uma multiplicação direta. Antigamente, a *Combinatória* era assunto exclusivo do Ensino Médio, momento em que era tratada com uma desnecessária quantidade de fórmulas.

Observaremos que, no ciclo de alfabetização, as crianças poderão se utilizar de diversas representações para a resolução de problemas, tais como listagem, árvore de possibilidades, tabelas, quadros, diagramas, etc.





40

## Pensando nas características dos problemas combinatórios...

Os problemas combinatórios normalmente trabalhados na Educação Básica são de quatro tipos: *arranjo*, *combinação*, *permutação* e *produto cartesiano*. Uma característica comum a todos os tipos de problemas é a necessidade de esgotar as possibilidades para se chegar à resposta. Além dessa característica, os problemas de arranjo, combinação e permutação se assemelham ou se diferenciam pela forma de *escolher* os elementos (se todos ou apenas alguns) e pela forma de *ordená-los*. O problema do tipo produto cartesiano é caracterizado pela escolha dos elementos. Vejamos alguns exemplos de problemas e suas características.

*Arranjo*: Para representante de turma da sala de aula, candidataram-se 3 pessoas (Joana, Mário e Vitória). De quantas maneiras diferentes poderão ser escolhidos o representante e o vice-representante?

No problema acima temos um conjunto de três pessoas, do qual são ordenados os elementos. Escolha: do grupo maior, são formados subgrupos, no caso deste problema, há um conjunto de três elementos (Joana, Mário e Vitória) e, a partir dele, deverão ser formados subgrupos com dois elementos cada um, sendo um deles o representante e o outro o vice.

Ver na p. 44 a solução de um aluno de 3º ano para este problema.

Ordenação: a dupla Joana (representante) e Mário (vice-representante) é diferente da dupla Mário (representante) e Joana (vice-representante), pois ser o representante ou o vice-representante é diferente, ou seja, a ordem em que os elementos são colocados gera novas possibilidades.

*Combinação*: No pula-pula do parque podem entrar duas crianças de cada vez. Amanda, Lívia e Gisele estão aguardando a vez. De quantas maneiras diferentes elas podem formar grupos para brincar no pula-pula?

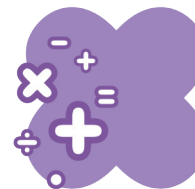
Nesse problema também temos um conjunto a partir do qual são ordenados elementos. Escolha: de um grupo maior (no caso deste problema, Amanda, Lívia e Gisele), é preciso formar subgrupos com duas meninas de cada vez.

Ordenação: a dupla Amanda e Lívia é igual a dupla Lívia e Amanda, ou seja, a ordem em que os elementos são colocados não gera novas possibilidades. Essa é a diferença entre um problema de *Arranjo* e um de *Combinação*.

*Permutação*: Na estante da minha casa há fotos do meu pai, da minha mãe e do meu irmão, sendo um total de 3 porta-retratos. De quantas formas diferentes posso organizar esses porta-retratos de modo que eles fiquem lado a lado?







Nesse problema, temos um conjunto do qual são usados todos os elementos, (no caso, os três porta-retratos), para serem ordenados de maneiras distintas. Assim, fazer o grupo de porta-retratos MÃE, PAI, IRMÃO é diferente de formar o grupo de porta-retratos MÃE, IRMÃO, PAI, ou seja, a ordem em que os elementos são colocados gera novas possibilidades.

*Produto cartesiano: Para a festa de São João, na escola, tem 2 meninos (Pedro e João) e 4 meninas (Maria, Luíza, Clara e Beatriz) que querem dançar quadrilha. Se todos os meninos dançarem com todas as meninas, quantos pares diferentes poderão ser formados?*

No problema acima, temos dois grupos que se encontram na seguinte situação: todos os elementos de um grupo (dos meninos) devem ser combinados com todos os elementos do outro grupo (das meninas). Diferentemente dos outros tipos de problema, a ordenação não é determinante neste caso.

\*\*\*

Acreditamos que a percepção dessas características, mesmo que não seja de forma explícita e consciente, pelo aluno, ajuda a resolver mais facilmente os problemas e entender seus enunciados.

### O trabalho com a **Combinatória** nos primeiros anos do Ensino fundamental

A *Combinatória* é um conteúdo que tradicionalmente fazia parte apenas do currículo do Ensino Médio. No entanto, há quase duas décadas, orientações curriculares indicam a necessidade e importância de se trabalhar esse conteúdo desde os anos iniciais, a partir da resolução de diferentes tipos de problemas combinatórios.

Os livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental (desde o primeiro ano) já trazem problemas combinatórios dos diversos tipos: arranjo, combinação, permutação e produto cartesiano. Barreto, Amaral e Borba (2007) apontam que esses livros trazem problemas combinatórios, porém, não orientam o professor no trabalho com esse conteúdo. É necessário, portanto, que em sua formação inicial e continuada, os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental discutam acerca desse conteúdo e do trabalho pedagógico que pode ser realizado.

Além disso, pesquisas (SANTOS, et al., 2011; PESSOA; BORBA, 2012) mostram que crianças a partir de cinco anos de idade são capazes de interpretar problemas combinatórios. Dois estudos de sondagem foram realizados e, em ambos, foi investigado o desempenho de alunos da Educação Infantil, com cinco e seis anos de idade ao resolverem os quatro tipos de problemas combinatórios (arranjo,





combinação, permutação e produto cartesiano). Todos os problemas tinham um número total de possibilidades pequeno (até 10) e foram resolvidos por meio de uso de materiais manipulativos.

Os resultados mostram que as crianças conseguem perceber algumas das características dos problemas, demonstrando compreensão por meio de suas estratégias de resolução. Elas percebem mais facilmente as relações de escolha, e com um pouco mais de dificuldade, as relações de ordem. A dificuldade consiste em saber se as ordenações poderiam ou não gerar novas possibilidades de acordo com o que o problema solicitava. O passo mais difícil era o de esgotar todas as possibilidades.

Pessoa e Borba (2009) realizaram uma pesquisa de sondagem com alunos da Educação Básica, observando o desempenho dos educandos do 2º e 3º anos ao resolverem dois problemas combinatórios de cada tipo (*arranjo*, *combinação*, *permutação* e *produto cartesiano*). Essa pesquisa apresentou como um de seus resultados que estas crianças conseguem perceber as características dos problemas combinatórios. Porém, os alunos do 2º ano ainda apresentam dificuldade em esgotar todas as possibilidades. Já os alunos do 3º ano conseguem chegar ao final das resoluções, mesmo quando os resultados são maiores que 20.

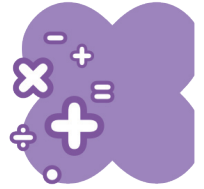
Como vimos anteriormente, os documentos oficiais propõem o trabalho com a Combinatória desde o início da Educação Básica e os livros didáticos utilizam esses problemas em suas atividades. Além disso, pesquisas vêm confirmando que crianças com cinco, seis, sete e oito anos de idade demonstram que são capazes de compreender total ou parcialmente o que os problemas solicitam e desenvolver estratégias válidas e interessantes que podem servir como base para intervenções de ensino.

O uso de materiais manipulativos, de situações com contextos próximos das vivências das crianças, o estímulo às diversas estratégias de resolução, tais como desenhos, listagens ou árvores de possibilidades e o trabalho com problemas que tenham número total de possibilidades pequeno podem ser caminhos para o trabalho com a Combinatória desde cedo nas salas de aula.

### **Pensando em formas de resolução utilizadas por crianças ao resolverem problemas combinatórios**

O incentivo ao uso de diferentes estratégias ajudará o aluno a melhor representar seu pensamento em relação à resolução dos problemas combinatórios. Para possíveis intervenções de ensino, poderemos utilizar as próprias estratégias espontaneamente desenvolvidas pelas crianças para, a partir delas, trabalhar este conteúdo.





Em seguida analisamos algumas soluções de crianças de cinco a oito anos de idade ao resolverem problemas combinatórios.

**Soluções corretas**

De quantas formas diferentes poderei arrumar as fotos de meu irmão, meu pai e minha mãe na estante, de modo que elas fiquem lado a lado?

irmão, pai, mãe  
 irmão, mãe, pai  
 mãe, pai, irmão  
 mãe, irmão, pai  
 pai, mãe, irmão  
 pai, irmão, mãe

8- irmão, pai, mãe  
 irmão, mãe, pai  
 mãe, pai, irmão  
 mãe, irmão, pai  
 pai, mãe, irmão  
 pai, irmão, mãe

Fonte: Pessoa (2009)

Solução correta de um problema de *permutação* realizado por uma aluna do 3º ano do Ensino Fundamental.

A figura acima apresenta a resolução correta de um problema de permutação realizada por uma aluna do 3º ano do Ensino Fundamental. A aluna parte do uso da listagem de possibilidades como estratégia, conseguindo esgotar todas as possibilidades e resolver o problema. Essa estratégia de resolução é a mais utilizada por alunos de diferentes anos de escolarização e tem se mostrado eficaz quando feita de maneira sistematizada. Resolver o problema de maneira sistematizada pode ser entendido da seguinte forma: o aluno lista as possibilidades de forma organizada, fixando o primeiro elemento e listando todas as possibilidades com ele, depois fixando o segundo elemento para listar as possibilidades e assim com todos os elementos do problema. No exemplo acima, a aluna resolve de maneira sistematizada, pois lista as duas possibilidades para o irmão estar em primeiro lugar, depois as duas com a mãe em primeiro lugar, e, por fim, as duas possibilidades com o pai em primeiro lugar.

Para a festa de São João da escola, tem 3 meninos (Pedro, Gabriel e João) e 4 meninas (Maria, Luiza, Clara e Beatriz) que querem dançar quadrilha. Se todos os meninos dançarem com todas as meninas, quantos pares diferentes poderão ser formados?

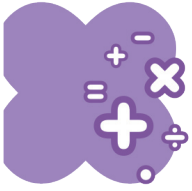
12



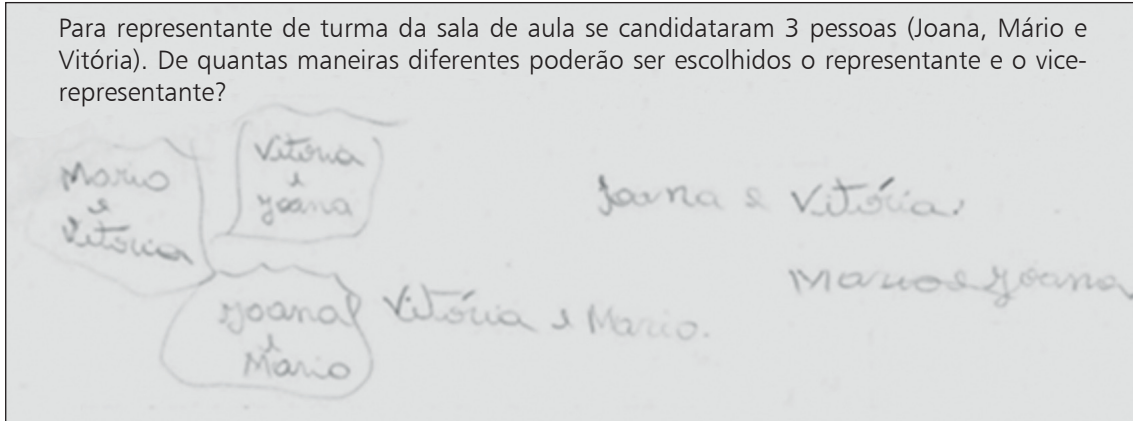
Fonte: Pessoa (2009)

Solução correta de um problema de *produto cartesiano* realizado por uma aluna do 3º ano do Ensino Fundamental.





Na figura anterior pode-se observar que a aluna do 3º ano do Ensino Fundamental utiliza o desenho como estratégia, demonstrando uma compreensão do que o problema solicita e utilizando uma forma de resolução alternativa à multiplicação. Neste nível de ensino – bem como nos demais – a estratégia de desenhar a situação e, por meio do desenho, gerar um procedimento de solução é uma boa forma de se compreender melhor as relações envolvidas e de traçar um plano de ação frente à situação a ser resolvida.

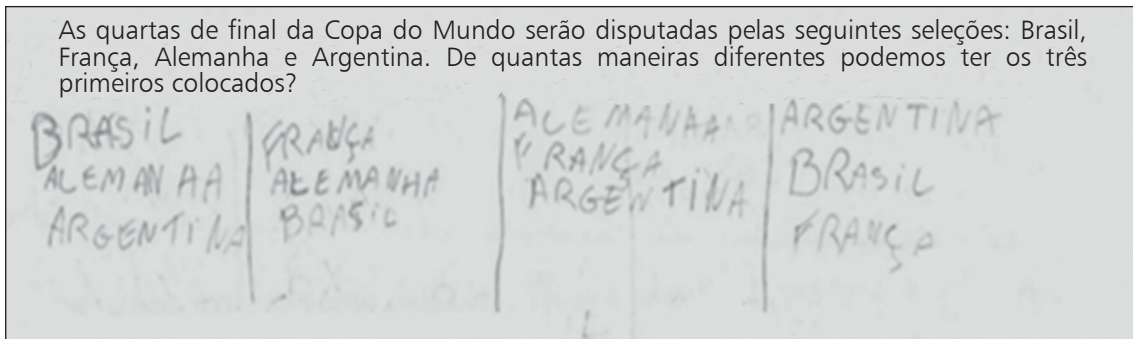


Fonte: Pessoa (2009)

Solução correta de um problema de *arranjo* realizado por um aluno do 3º ano do Ensino Fundamental.

Na figura acima o aluno parece perceber as características do *arranjo*. Primeiro, evidencia a compreensão que de um conjunto maior pode-se formar arranjos com conjuntos menores, de acordo com o solicitado. Nesse caso, a partir de um conjunto de três elementos, formam-se conjuntos com dois elementos. Evidencia também a compreensão da outra característica, a de que a ordem dos elementos gera novas possibilidades, pois, além de formar claramente os arranjos com dois elementos em cada conjunto, marca as diferentes formações, colocando uma linha em volta das possibilidades Mário e Vitória; Vitória e Joana; Joana e Mário e deixando sem linha de marcação as possibilidades Vitória e Mário; Joana e Vitória; Mário e Joana. Por meio deste procedimento, o aluno, assim, esgota todas as possibilidades e apresenta as seis combinações desta situação.

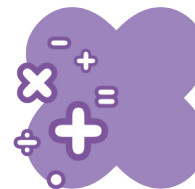
### Soluções incompletas e incorretas



Fonte: Pessoa (2009)

Solução incompleta de um problema de *arranjo* realizado por uma aluna do 3º ano do Ensino Fundamental.





A figura anterior representa a estratégia de uma aluna que lista as possibilidades, porém o faz de maneira não sistemática e, assim, não percebe que elas não foram esgotadas. A aluna parece perceber as características do problema de *arranjo*, obedecendo à regra de tirar três elementos dos quatro fornecidos e parece perceber também que a ordem dos elementos gera possibilidades diferentes, pois observa-se que há um cuidado em modificar as arrumações em cada uma das possibilidades listadas.

Quantas palavras diferentes (com ou sem sentido) poderei formar usando as letras da palavra AMOR?

Roma  
maRo

Fonte: Pessoa (2009)

Solução incompleta de um problema de *permutação* realizado por um aluno do 2º ano do Ensino Fundamental.

Na figura acima, resolvendo um problema de *permutação*, observamos que o aluno utiliza a estratégia de listagem de possibilidades e consegue perceber as características do problema, ou seja, que deve utilizar os quatro elementos, (as letras A, M, O, R) organizadas de diferentes formas, as quais gerarão novas possibilidades, mas não consegue esgotar todas, que seriam 24.

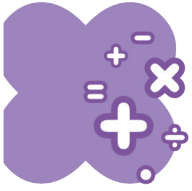
Bianca e Diego estão sentados em um sofá de três lugares. Quantos lugares diferentes eles podem ocupar nesse sofá?



Fonte: Santos, Mattias e Pessoa (2011)

Solução incompleta de um problema de *arranjo* realizado por uma criança de 6 anos.





Sobre essa resolução, Santos, Matias e Pessoa (2011) discutem que se pode observar que o aluno, ao resolver o problema utilizando-se de fichas com os desenhos das crianças para serem coladas, conseguiu perceber as duas características do problema de arranjo, pois não utilizou todos os elementos do grupo maior, os lugares do sofá, assim como conseguiu perceber que a ordem e escolha dos elementos gerou novas possibilidades. Assim, mesmo ela tendo repetido e não conseguindo esgotar todas as possibilidades, podemos perceber, visualizando sua resposta, que ela entendeu as características do problema.

No pet shop há quatro animais: um cão, um gato, uma tartaruga e um papagaio. Sofia quer comprar três desses animais para levar para casa. Quais são as diferentes maneiras que Sofia tem para escolher os animais?



Fonte: Pessoa e Borba (2012)

Solução incompleta de um problema de *combinação* realizado por uma criança de cinco anos.

Resolvendo o problema através do uso de fichas, a criança percebe a característica da escolha: de quatro elementos iniciais, ela escolhe três para cada *combinação*. Entretanto, repete possibilidades como cão, gato e papagaio em três das organizações que fez. Assim, parece perceber a característica da escolha (de quatro elementos, vai formando grupos com três deles), mas a da ordem não está suficientemente clara.

Quantas palavras diferentes (com ou sem sentido) poderéi formar usando as letras da palavra AMOR?

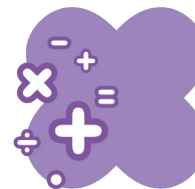
Artião, akacati, qeeoxi

Fonte: Pessoa (2009)

Solução incorreta de problema de *permutação* realizado por um aluno do 2º ano do Ensino Fundamental.

Na figura acima observa-se que aparentemente não houve compreensão da lógica do problema. Pode-se inferir que a lógica utilizada pelo aluno foi outra que não a solicitada, pois colocou palavras iniciadas pela letra "A".





Podemos perceber que crianças de cinco a oito anos de idade, que estão ou que entrarão no ciclo de alfabetização, são capazes de desenvolver um raciocínio combinatório. Elas utilizam estratégias próprias de resolução e algumas conseguem esgotar todas as possibilidades e outras, mesmo que não consigam, demonstram que são capazes de entender o que o problema solicita. Há, também, crianças que não conseguem ainda compreender a lógica dos problemas, mas que, se vivenciarem um trabalho sistemático poderão desenvolver o pensamento combinatório.

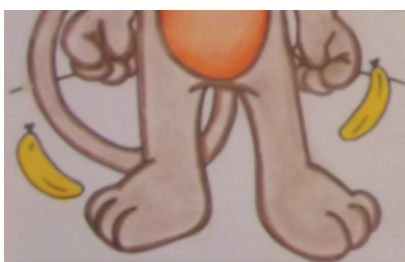
Na resolução das crianças observa-se que uma das maiores dificuldades é a contagem de todas as possibilidades. Isso ocorre porque o trabalho com a Combinatória exige organização dos dados de modo particular. Essa organização é realizada em níveis diferenciados de abstração. Sabendo disso, podemos auxiliar as crianças na sistematização de suas estratégias e no desenvolvimento de ferramentas que podem ser úteis.

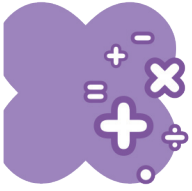
Inicialmente, observa-se que as crianças apegam-se aos desenhos construindo todas as possibilidades. Dessa maneira, é muito importante fornecer figuras que possam ser justapostas, ajudando-as a construir cada uma das possibilidades.

Pode-se brincar de *Animal Maluco* fornecendo às crianças fichas com partes de animais. A pergunta surge naturalmente: quantos animais diferentes eu posso construir?



Arquivo dos autores

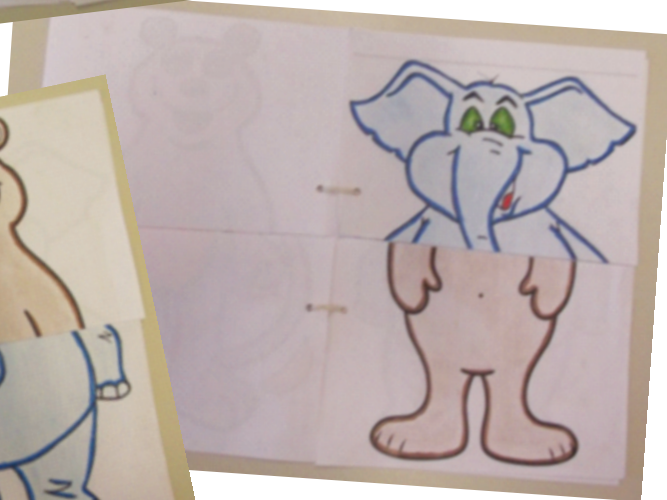




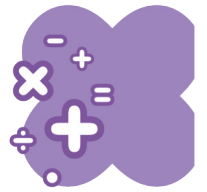
Em uma segunda etapa, pode-se construir um pequeno caderninho que ajudará na contagem dos casos possíveis:

48

Arquivo dos autores





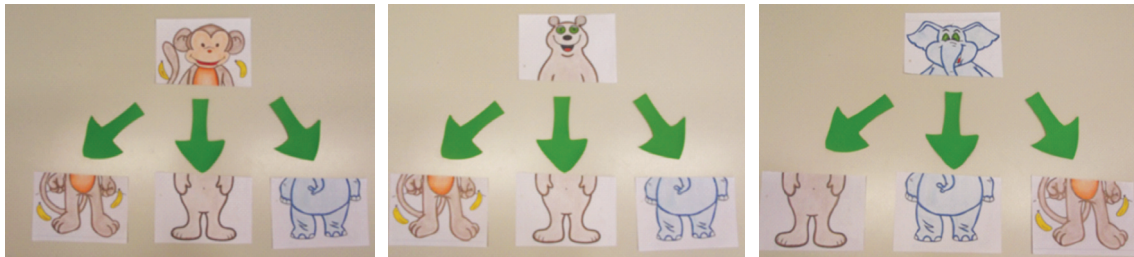


Oralmente ou por escrito, deve-se solicitar às crianças que criem nomes para os animais. Essa é uma maneira lúdica de unir Matemática e Língua Portuguesa. Ao apresentarem nomes como GIRACACO, ELEURSO poderão justificar oralmente suas escolhas e suas criações.

Em outro nível de abstração, as crianças usam seus próprios desenhos e os unem para encontrar a quantidade de combinações.

As crianças podem passar a esquemas mais abstratos, usando, ao invés de desenhos, apenas risquinhos, bolinhas ou mesmo letras para representar os elementos.

Uma organização similar para a resolução de problemas combinatórios, porém mais sofisticada, consiste na utilização de árvores de possibilidades. Ela poderá ser apresentada no ciclo de alfabetização primeiramente de forma pictórica e, posteriormente, utilizando palavras:

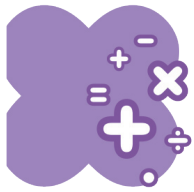


Arquivo dos autores

Finalmente, a utilização de tabelas de dupla entrada pode ser sugerida, no início de forma pictórica e adiante com palavras:


Arquivo dos autores



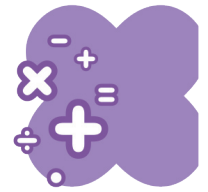


O desenvolvimento do raciocínio combinatório é um processo longo. É necessário, portanto, que durante a escolarização os diferentes tipos de problemas sejam trabalhados e que haja um aprofundamento contínuo para que estratégias próprias das crianças, mais informais, sejam gradativamente transformadas em procedimentos e sistematizados.

De acordo com Borba (2013), se problemas variados de Combinatória forem trabalhados desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, por meio de representações simbólicas apropriadas e que possibilitem uma gradual construção de procedimentos mais formais, aumenta-se a possibilidade de se chegar ao uso consciente das fórmulas de Análise Combinatória no Ensino Médio.

O próximo artigo abordará aspectos referentes à probabilidade nos anos iniciais.





## PROBABILIDADE NOS PRIMEIROS ANOS ESCOLARES

Cristiane Rocha  
Ivanildo Carvalho

51

Os currículos de Matemática para os anos iniciais da Educação Básica apontam para a importância do estudo de probabilidades, uma vez que, em nosso cotidiano, situações de natureza aleatória sempre estão presentes.

Jogos como dados, bingo, cara ou coroa, entre outros, são experimentos nos quais não é possível determinar com certeza o resultado que será obtido, ou seja, são aleatórios, também denominados não determinísticos.

**EXPERIMENTOS DE NATUREZA ALEATÓRIA**

		
<b>Jogo de dados</b>	<b>Jogo de bingo</b>	<b>Cara ou coroa</b>

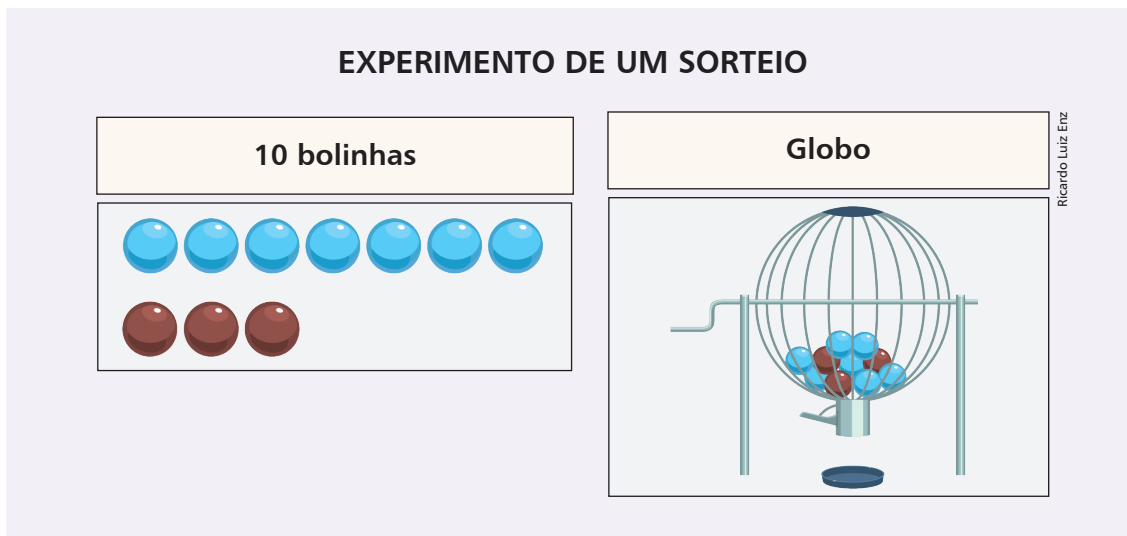
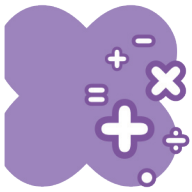
Arquivo dos autores

Apesar de não ser possível determinar com certeza o resultado que será obtido, pode-se prever os resultados possíveis e um estudo sobre essas situações permite uma previsão da distribuição dos resultados quando repetido muitas e muitas vezes.

Os Direitos de Aprendizagem para os anos iniciais indicam a necessidade de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. O trabalho com as noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, deve ocorrer em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos.

Para entender melhor o que é um trabalho com probabilidade em sala de aula, vamos partir uma atividade. Suponhamos um globo com sete bolas azuis e três marrons. Ao somarmos todas as bolinhas, teremos, *com certeza*, dez bolinhas. Porém, se sortearmos, sem olhar, uma bolinha do globo, não se saberá, *com certeza*, a cor da bolinha que irá sair. É *mais provável* que a cor da bolinha retirada seja azul, uma vez que elas são em maior quantidade, mas não podemos garantir que é isso o que realmente vai acontecer.





Nessa situação, para obtermos a bolinha azul no sorteio, teremos 7 possibilidades. No caso da bolinha marrom, apenas 3 possibilidades num total de 10 bolinhas. Podemos dizer que a primeira situação é um *evento mais provável* enquanto que a segunda é um *evento menos provável*. Nesse mesmo jogo, seria impossível sortear uma bola branca. Dizemos que este é um evento impossível.

Entretanto, se todas as bolas marrons já tiverem sido sorteadas, a próxima bola, com certeza, será azul. Nesse caso, temos um *evento certo*.

Para encontrarmos os resultados prováveis e as chances de que cada um ocorra é preciso identificar, primeiro, todos os resultados possíveis – definir o espaço amostral.

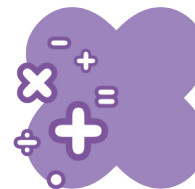
O jogo Cara ou Coroa do Caderno de Jogos na Alfabetização Matemática auxilia no desenvolvimento do conceito de probabilidade para esta situação.

No lançamento de uma moeda, o espaço amostral se resume a apenas duas possibilidades: Cara ou Coroa. Essas têm a mesma probabilidade de ocorrer. Assim temos um espaço amostral equiprovável (todos os eventos – cara e coroa – tem a mesma chance de ocorrer). O mesmo acontece no lançamento de um dado. Existem seis resultados possíveis (1 a 6) e há apenas uma face contendo cada número.

As crianças podem ter dificuldades em mapear todas as possibilidades do espaço amostral de um experimento, principalmente, quando este envolver um pensamento combinatório de resultados distintos, como no apresentado a seguir, envolvendo o lançamento de dois dados distintos, no qual pode-se obter 36 resultados.

Para que as crianças compreendam as possibilidades de um espaço amostral, é importante que elas desenvolvam um esquema para conseguir mapear todas as combinações sem esquecer nenhuma e nem tampouco repetir alguma. Para isso, pode-se propor que elas utilizem outras representações como quadros e árvore de possibilidades.





**ESPAÇO AMOSTRAL DO LANÇAMENTO DE DOIS DADOS**

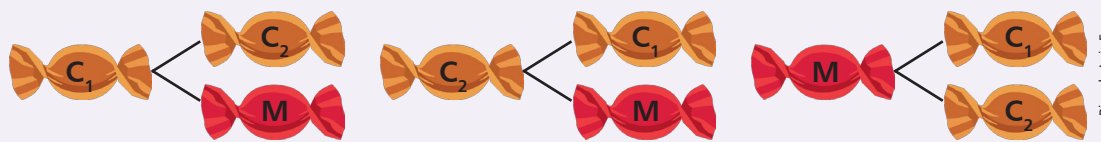

Com esse mesmo tipo de situação podemos pensar em um experimento da soma dos pontos obtidos ao se lançar dois dados distintos. Temos como possibilidades resultados entre 2 e 12. Porém esses resultados possuem probabilidades diferentes, sendo um espaço amostral não equiprovável. Para obtermos o 7 como soma, existem seis chances: 1-6; 2-5; 3-4; 4-3; 5-2; 6-1, dentre 36 possibilidades no lançamento dos dois dados. Assim, para medir a chance de se obter como resultado 7 – a probabilidade desse evento, calculamos a fração entre o número de casos favoráveis, pelo número de casos possíveis (6/36 ou 1/6 – lê-se seis chances em trinta e seis ou uma chance em seis). Se quisermos obter as chances da soma ser 12 há apenas um jeito (6-6), portanto sua probabilidade será de 1/36 (lê-se: uma chance em trinta e seis). Esses dois eventos tem chances diferentes de ocorrer.

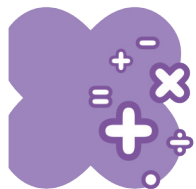
Há vários jogos no Caderno de Jogos na Alfabetização Matemática que trabalham com esta situação, dentre eles, Cubra os Setes e Travessia do Rio.

No problema a seguir ilustramos o uso de uma árvore de possibilidades como forma de mapear o espaço amostral.

**ÁRVORE DE POSSIBILIDADES DOS CAMELOS**

Ana gosta de bombons de caramelo. Em um saco há dois bombons de caramelo e um de morango. Ana pode pegar, sem olhar, dois bombons do saco. Quais são os resultados possíveis?





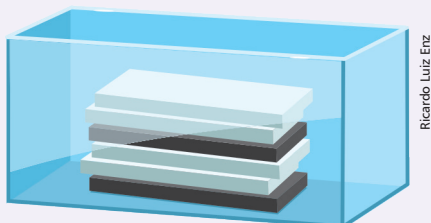
Este é um tipo de situação na qual os alunos podem pensar que por haver mais bombons de caramelo, se tem uma maior chance de pegar dois bombons deste sabor. Na verdade, a representação utilizando a árvore de possibilidades<sup>6</sup> contribui para a compreensão de que é mais provável pegar uma mistura caramelo e morango (4 possibilidades) do que de caramelo com caramelo (2 possibilidades). Entretanto, é impossível tirar duas balas de morango, pois só tem uma.

Vejamos outro exemplo de problema probabilístico.

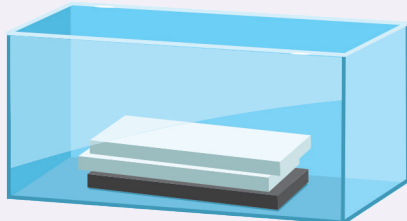
### EXPERIMENTOS IGUALMENTE PROVÁVEIS

A Caixa 1 tem 2 fichas pretas e 4 fichas brancas. A Caixa 2 tem uma ficha preta e 2 fichas brancas. Retira-se uma ficha de cada caixa. De que caixa é mais provável obter uma ficha branca?

CAIXA 1



CAIXA 2



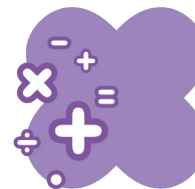
Crianças apresentam dificuldade em comparar essas situações, pois tendem a considerar apenas a quantidade de possibilidades favoráveis (fichas brancas). De fato, a caixa 1 tem mais fichas brancas do que a caixa 2, porém, a fração do número de fichas brancas em relação ao total de fichas em cada caixa é igual ( $4/6 = 2/3$ ). Assim, é fundamental comparar a quantidade de eventos favoráveis com a quantidade de eventos possíveis no espaço amostral.

Em sala de aula o trabalho com a probabilidade poderá fazer parte da rotina das crianças em várias situações:

- **sorteando-se o ajudante do dia:** de posse de um saco opaco, pode-se sortear o ajudante do dia. Antes do sorteio, pergunta-se que criança tem mais chance de ser sorteada. Nesse momento, é comum que elas digam que se trata

<sup>6</sup> Ver artigo sobre análise combinatória nesse volume.

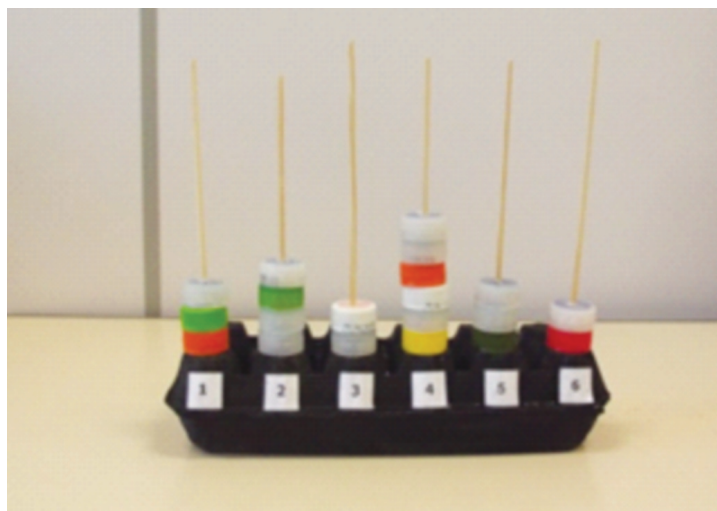




de fulano ou ciclano, pois esse tem mais sorte. A intervenção do professor faz-se necessária, pois, de fato, não se pode saber quem será sorteado e o conceito de chance não tem relação com a ideia de sorte. O importante é que as crianças percebam que todos têm a mesma chance. Retira-se então o papel com o nome da criança sorteada, colocando o papel com seu nome em outro local. No outro dia, faz-se novamente o sorteio. Pergunta-se então à sala se é possível sair o nome do colega do dia anterior. As crianças devem perceber que como o papel não está mais no saco, é impossível que ele seja sorteado. No dia do aniversário da criança, pode-se colocar dois ou mais papéis com o seu nome dentro do saco e assim, perguntar se ela tem a mesma chance de ser sorteada em relação às demais.

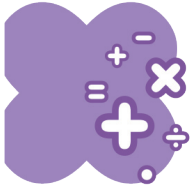
- **sorteando-se quem começa no jogo:** em situações de jogo é comum que as crianças disputem quem começará. O professor poderá intervir no sentido de sugerir diversos tipos de sorteio, seja nos dados, seja em jogos como par ou ímpar, etc.
- **em atividades de contagens de eventos em experimentos aleatórios:** é muito importante que a criança vivencie as contagens de experimentos aleatórios, e o faça em dias diferentes para notar que os resultados mudam e não são previsíveis. Pedir para que cada criança lance uma moeda 10 vezes, anotando o resultado: cara ou coroa. Eventualmente, junta-se todos os resultados em uma tabela e ainda pode-se comparar com outras salas. Atividades como essa ajudam as crianças no desenvolvimento do senso numérico e também abalam a percepção do senso comum em relação a sorte.

Pode-se também utilizar-se de gráficos para registrar os resultados. Observe a seguir um gráfico feito em um ábaco aberto que indica a quantidade de vezes que um determinado número saiu em um dado.

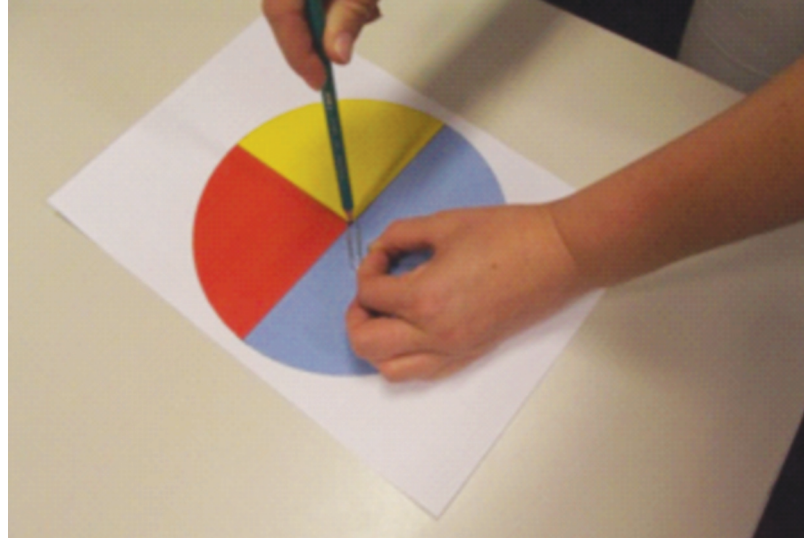


Arquivo dos autores

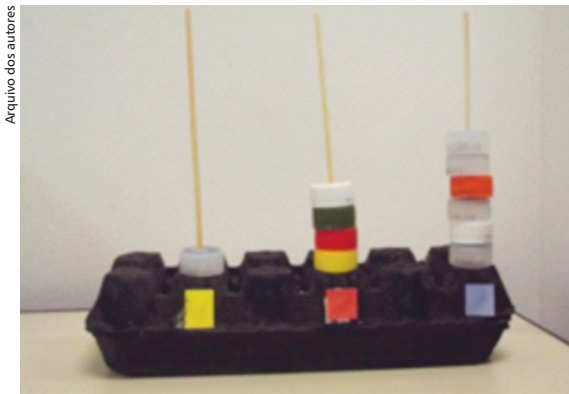




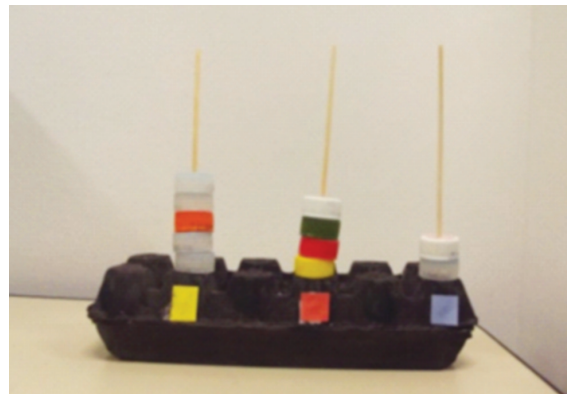
Podemos problematizar situações como essa. Por exemplo, observando a roleta abaixo, qual dos dois gráficos a seguir poderia melhor representar o que se espera em termos de resultado:



Arquivo dos autores



Arquivo dos autores



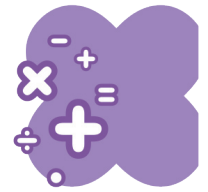
Arquivo dos autores

- **em jogos específicos:** vários jogos se utilizam de dados. Trabalhar e organizar as possibilidades da soma, subtração e multiplicação dos números dos dados, ajuda a criança a perceber que, embora pareça, às vezes determinados eventos não têm a mesma chance de ocorrer. Por exemplo, como já comentamos, é muito mais fácil sair a soma 7, do que a soma 2 em dois dados. É importante que as crianças joguem antes da discussão, pois, assim elas vão descobrindo esses fatos e ampliando o seu senso crítico.

Podemos perceber a partir desse texto, aspectos que podem subsidiar o professor nas aulas dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Apresentamos modos de encaminhar a discussão das noções de certeza, provável e impossível a partir de experimentos como jogos e brincadeiras (como par ou ímpar, ou zero ou um). Vimos como é importante desenvolver, pouco a pouco, com as crianças a ideia de mais ou menos chance, de espaço amostral, assim como de esquemas para o mapeamento das possibilidades.







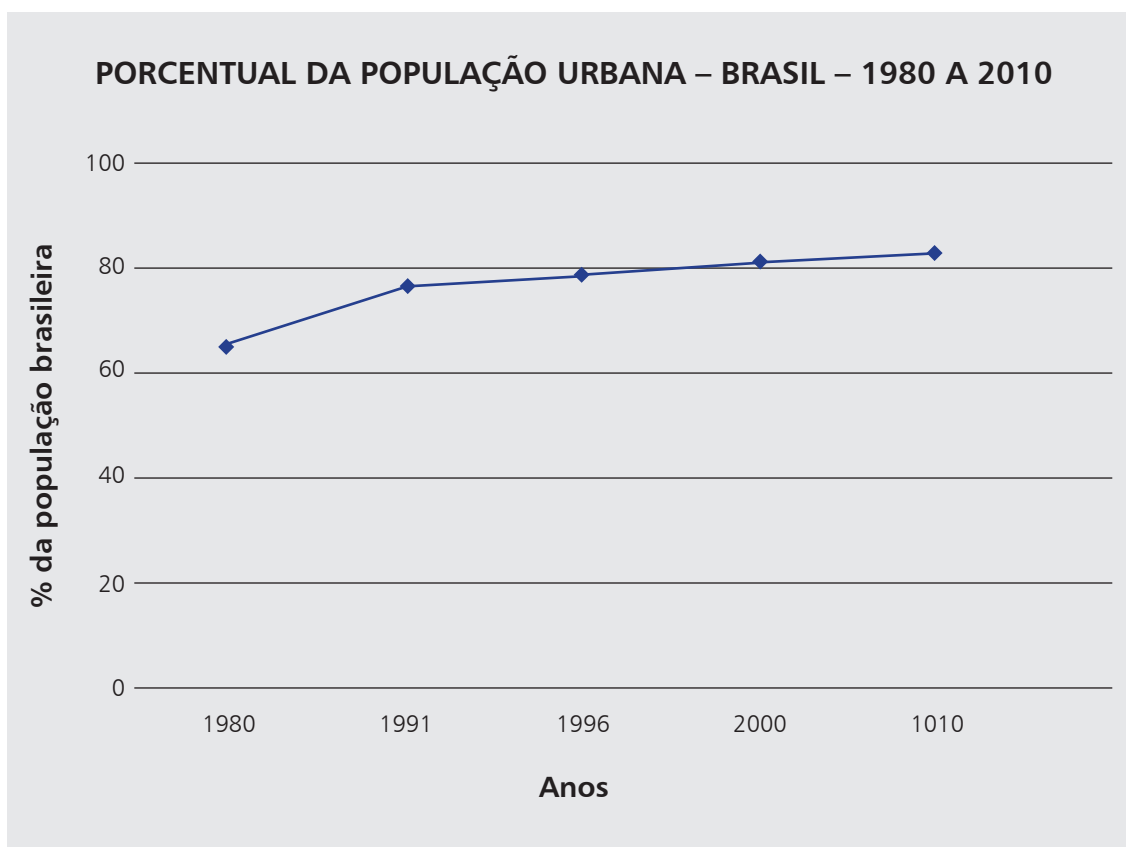
## Compartilhando

### Atividade 1 – Interpretando Gráficos

Esta atividade propicia uma reflexão, sobre a possibilidade de discussões de diferentes temas a partir de informações representadas em vários tipos de gráficos. A representação em gráficos é uma importante maneira de obter informações e através da leitura deles podemos nos informar a respeito de vários assuntos.

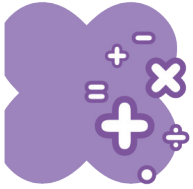
Em grupos analisem cada um dos gráficos a seguir:

- Do que tratam?
- O que podemos compreender da realidade a partir de cada um dos gráficos?
- Retome o texto **“Construção e Interpretação de Gráficos e Tabelas”** e classifique cada um dos gráficos.
- Procure identificar as variáveis utilizadas. Quais as inadequações de cada uma delas com relação ao trabalho do 1º ao 3º ano?
- Elabore uma questão que possa levar seus alunos a construir gráficos deste tipo.

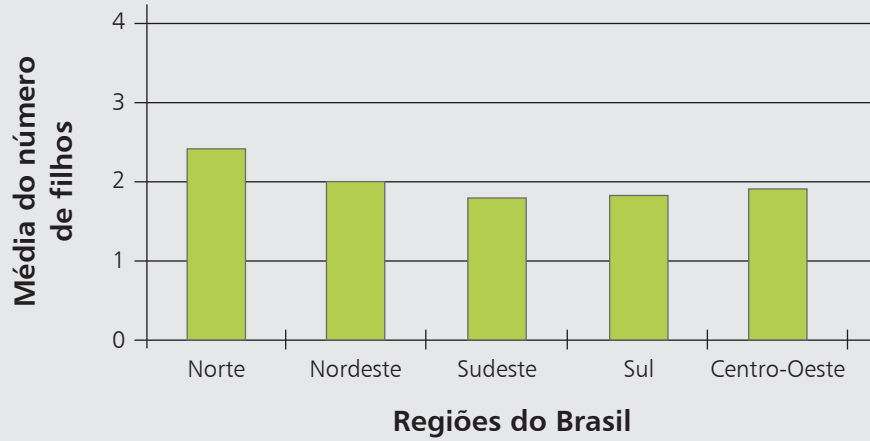


Fonte: IBGE, Censo Demográfico 1980, 1991 e 2010, e Contagem da população 1996.



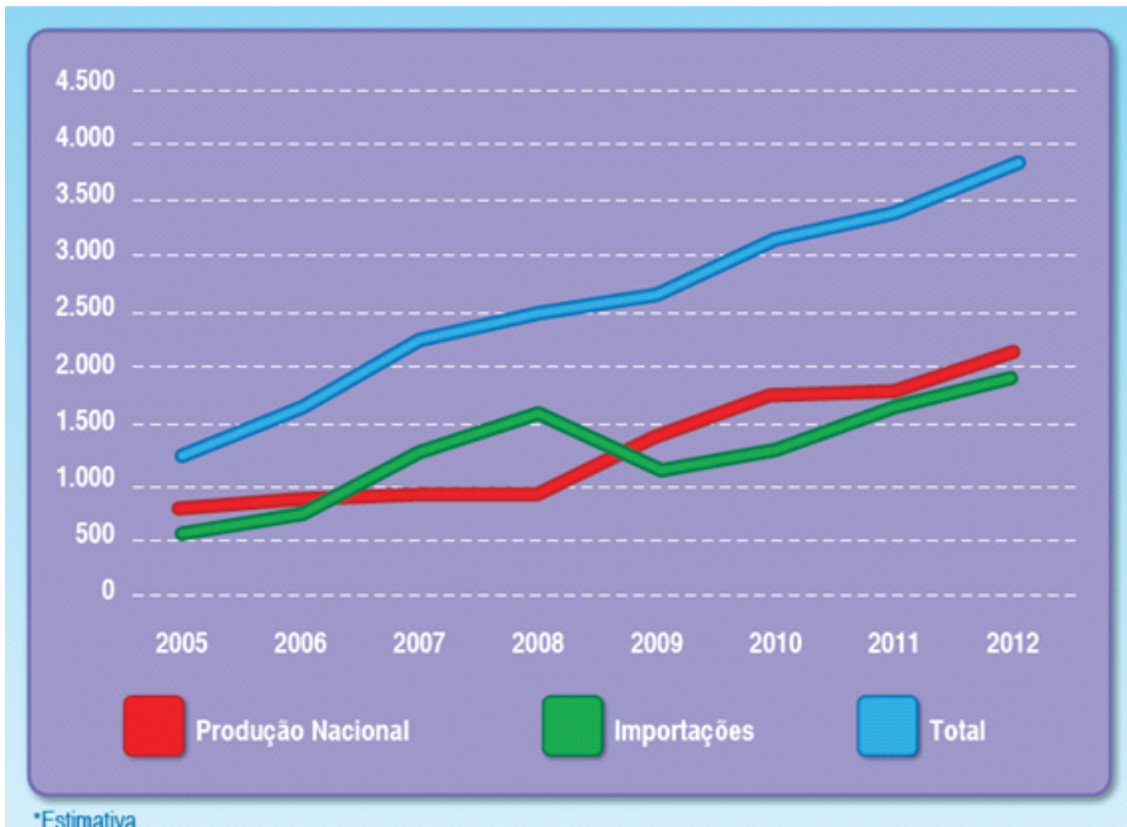


### MÉDIA DE FILHOS POR FAMÍLIA SEGUNDO AS GRANDES REGIÕES – 2010



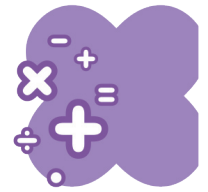
Fonte: IBGE, censo Demográfico 2010.

### FATURAMENTO EM MILHÕES DE REAIS COM VENDA DE BRINQUEDOS SEGUNDO A ABRINQ DE 2005 A 2012

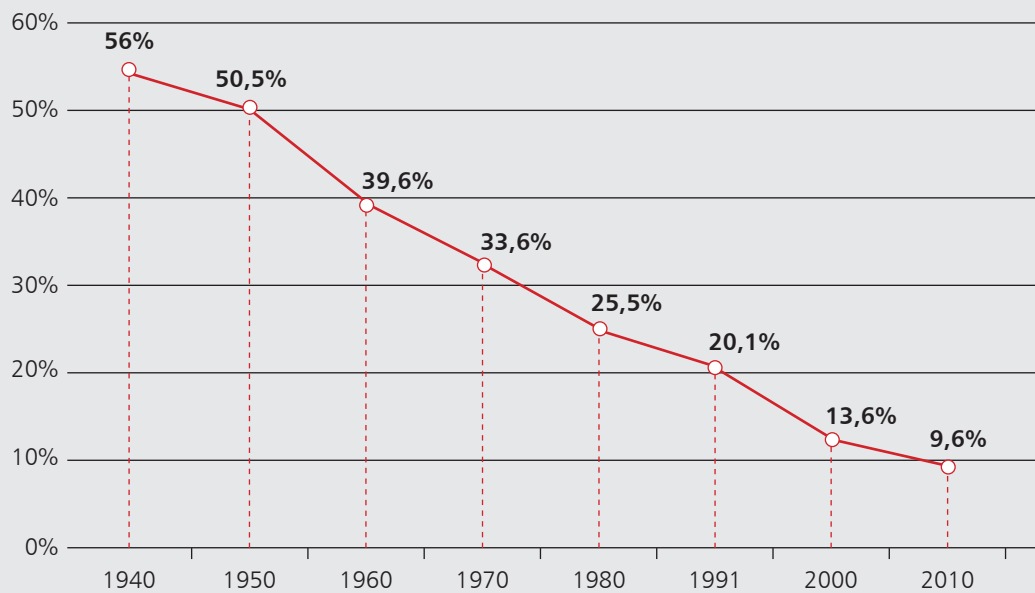


Fonte: Fabricas Nacionais / Sistema Aliceweb.



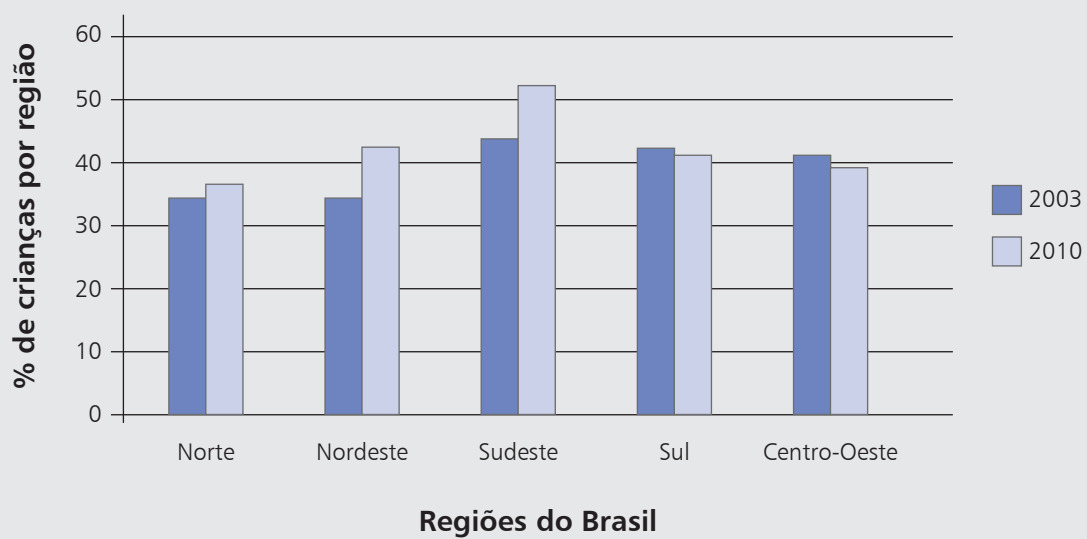


### PERCENTUAL DE ANALFABETOS DE 15 ANOS DE IDADE OU MAIS, RESIDENTES NO BRASIL – 1940/2010



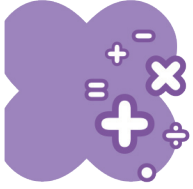
Fonte: IBGE, Censo Demográfico 1940/2010.

### PERCENTUAL DE CRIANÇAS DE 5-6 ANOS COM DENTE DE LEITE CARIADO DE CADA REGIÃO



Fonte: Ministério da Saúde/SAS.





## Atividade 2 – Realizando uma pesquisa

### Iniciando uma Pesquisa (questão e hipótese)

A atividade 1 evidenciou o quanto os dados, quando organizados, podem fornecer importantes informações. Fazemos estatísticas para investigar questões a partir de uma grande quantidade de dados. A curiosidade das crianças deve ser valorizada, provocando-as a fazer o levantamento de questões e a organização de dados.

Vamos realizar uma investigação para vivenciar o trabalho que faremos com nossos alunos.

*Que questão nossos alunos gostariam de investigar?*

A população investigada são os professores da turma de formação.

Para começar a investigar a questão é necessário levantar hipóteses, ou seja, tentar responder à questão justificando o porquê da resposta.

Uma das hipóteses possíveis é:

*Os professores que trabalham com o primeiro ano dos anos iniciais acham que as crianças gostariam de investigar os desenhos animados favoritos, pois é o que gostam de fazer em seu tempo livre.*

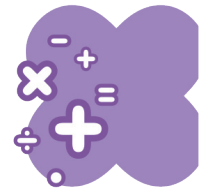
Nessa hipótese, classificamos os professores (sujeitos da população a ser investigada) de acordo com o ano que estão trabalhando (1º, 2º ou 3º ano). Essa será então, uma das nossas variáveis.

- Levantem com a turma outras hipóteses e identifiquem uma variável a ser investigada a partir de tal hipótese.

### Elaborando o Instrumento de Coleta de Dados

A partir do que estabelecemos anteriormente, temos nossas variáveis e, a partir delas, podemos construir um questionário em formato de cédula de votação. Agora, construam seu questionário baseado no modelo sugerido a seguir e vamos fazer nossa pesquisa.





Nome: \_\_\_\_\_

Ano escolar em que está trabalhando:

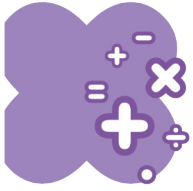
1º ano       2º ano       3º ano

Em sua opinião, das alternativas apresentadas abaixo, qual questão uma criança do 1º ao 3º ano gostaria mais de investigar:

- Qual desenho animado (as crianças) preferem?
- Menina salta mais longe que menino?
- Qual semente brota mais rápido: feijão ou girassol?
- Quantos bichos de estimação as crianças têm em casa?

- a) Cada participante responde secretamente e coloca sua resposta em uma sacola.
- b) Em duplas elabora-se uma tabela de dupla entrada que permita o cruzamento do ano que o professor está trabalhando (1º, 2º ou 3º ano) com a frequência das respostas em cada categoria, para registrar as informações que serão apuradas.
- c) A cada resposta anunciada oralmente as duplas vão registrando na tabela. É importante ao final conferir se todas as respostas foram contadas.
- d) Cada dupla preenche a tabela construída.
- e) Qual o resultado a que chegaram sobre a pergunta da investigação feita aos professores? Qual questão uma criança do 1º ao 3º ano gostaria mais de investigar segundo os professores participantes deste grupo.
- f) Refletir com todo o grupo sobre as representações em tabelas considerando:
  - a função do título da tabela;
  - a função das linhas;
  - a função das colunas;
  - a indicação da fonte de dados;
  - a população entrevistada;
  - tipos de tabela.





### Construindo Gráficos – socializando resultados

- Entregar uma folha quadriculada para que cada dupla construa um gráfico de barras referente à pesquisa sobre qual questão uma criança do 1º ao 3º ano gostaria mais de investigar.
- A partir de folhas de sulfite coloridas, construir quadrados de mesmo tamanho. De posse desse material construir um gráfico coletivo. Em seguida, desenhar os eixos nas parede ou quadro de giz. Cada professor deverá colar o seu quadrado no local em que votou. Pode-se utilizar cores diferentes de acordo com os anos de atuação dos professores.
- Cada dupla deve preparar um texto buscando responder qual foi o resultado a que chegaram sobre qual questão uma criança do 1º ao 3º ano gostaria mais de investigar para os professores participantes deste grupo.
- Socializar os resultados.
- Refleta sobre alguns aspectos que devem ser considerados na análise dos gráficos:
  - a função do título;
  - a indicação da fonte de dados;
  - a população entrevistada;
  - a indicação dos nomes dos eixos;
  - a identificação das barras.

### Atividade 3 – Construção de Gráfico

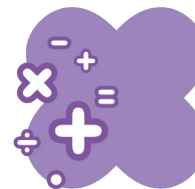
#### Percentual de venda de alguns tipos de brinquedo nos últimos cinco anos

Tipo de brinquedo	2008	2009	2010	2011	2012
Bonecas e bonecos	20	21	14	18	16
Jogos (tabuleiros, cartas, ...)	7	8	14	9	11

Fonte: <<http://www.abrinq.com.br>>.

- A partir dos dados acima, elaborem em duplas, um gráfico de linha. Cada dupla utilizará uma escala diferente, porém, cada quadradinho a ser apresentado no gráfico deverá corresponder a 1, 5 e 10. As informações sobre a escala serão apresentadas a cada equipe, individualmente, sem que as outras a escutem.
- Quando todas as equipes terminarem de construir os seus gráficos, exponham, no quadro, o trabalho realizado.





c) Em grande grupo discutam:

- as diferenças entre a representação dos gráficos;
- a influência dessas diferenças na representação que o sujeito constrói sobre a situação apresentada.

#### Atividade 4 – Jogo de classificação

Essa atividade propõe a reflexão sobre diferentes critérios que podem ser utilizados ao classificarmos os mesmos elementos, além de analisar a pertinência dos mesmos.

**Material** (para cada dupla):

- 1 caneta ou lápis.
- 2 kits iguais, cada um com 15 cartas com imagem de brinquedos (fotocopiar as imagens do anexo na página 79).
- 5 envelopes opacos com espaço para escrever a característica dos grupos de brinquedos criados a partir de critério estabelecido pela dupla (fotocopiar as imagens do anexo na página 80).

**Objetivo:** Criar uma boa classificação para formar o maior número de pares de brinquedos por **dupla**. Um par de brinquedos é aqui considerado no jogo como duas cartas iguais do brinquedo.

#### Regras

##### 1ª Etapa – Geração de uma classificação a partir dos brinquedos

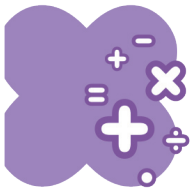
- Cada dupla deve criar um critério para classificar as 15 cartas, em 3, 4 ou 5 classes (ou grupos).
- Uma vez decidido qual o critério vai utilizar para classificar os brinquedos, a dupla escreve no envelope o que caracteriza o grupo e guarda as cartas no envelope correspondente ao grupo do brinquedo.
- A dupla escreve também seus nomes nos envelopes.
- Não pode sobrar carta.
- Os envelopes são entregues ao professor.

##### 2ª Etapa – Classificação dos brinquedos em classes pré-estabelecidas

**Material** (para cada dupla):

- 1 kit de 15 cartas de brinquedos;





- 5 envelopes com a classificação que outra dupla fez (o professor deve redistribuir o envelope de forma a não deixar que nenhuma das duplas recebam o seu próprio);
- 1 caneta ou lápis.
- Cada dupla deve decidir em qual envelope guardar cada carta de brinquedo do kit que receberam, vendo a carta e lendo as descrições nos envelopes.
- TODAS as cartas devem ser guardadas em um dos envelopes.

### 3ª Etapa – Contagem dos pares

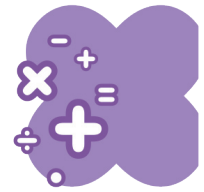
- O professor desenha na lousa o seguinte quadro para anotar os pontos:

Nome da dupla	Envelope que criou a classificação					Envelope que classificou					Total de pontos
	1º	2º	3º	4º	5º	1º	2º	3º	4º	5º	

- Cada equipe abre um dos envelopes e conta quantos pares de cartas (cartas iguais) foram formados e guarda as cartas que ficaram sem par.
- Diz ao professor o total de pares de brinquedos formados e o nome da dupla que criou a classificação.
- O professor anota o número de pares formados tanto para a dupla que criou a classificação quanto para a que classificou.
- Novamente cada equipe abre um segundo envelope e conta quantos pares foram formados. Todos os envelopes devem ser abertos, um de cada vez, e contados quantos pares há dentro.
- Ao final o professor soma os pontos de cada dupla. Cada par gerado conta ponto tanto para a dupla que construiu os descritores quanto para a que colocou os brinquedos nos envelopes com descritores já gerados.







- Ganha o jogo a dupla que fizer mais pontos.

OBS.: O professor deve ter cuidado para não trocar os envelopes entre duas duplas, uma dupla recebe o da outra e a outra recebe o da primeira. Caso isto ocorra essas duas duplas empatarão.

65

**Refletindo sobre a atividade:**

Esta atividade visa a desenvolver a capacidade de classificar. Em uma primeira etapa, o grupo irá gerar uma classificação (de 3 a 5 classes) a partir dos dados (os brinquedos). Uma segunda etapa tem como objetivo validar a classificação feita. Uma classificação bem feita facilitará que as duplas consigam colocar o mesmo brinquedo na mesma classe que a dupla que gerou a classificação.

**Discuta com o grande grupo:**

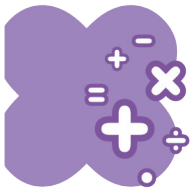
- a) Quais as dificuldades sentiram para classificar?
- b) O porquê de alguns brinquedos ficarem em envelopes diferentes.
- c) Alguma dupla teve dificuldade ao se deparar com brinquedos que pareciam poder ser encaixados em dois envelopes?
- d) Alguma dupla formou uma classe com um único brinquedo?

**Atividade 5 – Resolvendo Problemas de Combinatória**

Esta atividade busca refletir sobre diferentes tipos de problema de Combinatória e as diversas estratégias de resolução possíveis.

- a) Solicitar que cada participante resolva os problemas abaixo.
  1. Uma lanchonete trabalha com dois tipos de pão (francês e de forma) e com 4 tipos de recheio (queijo, presunto, frango e mortadela). Quantos tipos de sanduíche são fabricados, se cada um só pode ter um tipo de pão e um tipo de recheio?
  2. No carro de meu avô podem sentar três pessoas no banco de trás. Hoje, eu, meu irmão e minha irmã vamos passear com ele de carro. De quantas formas diferentes poderíamos sentar?



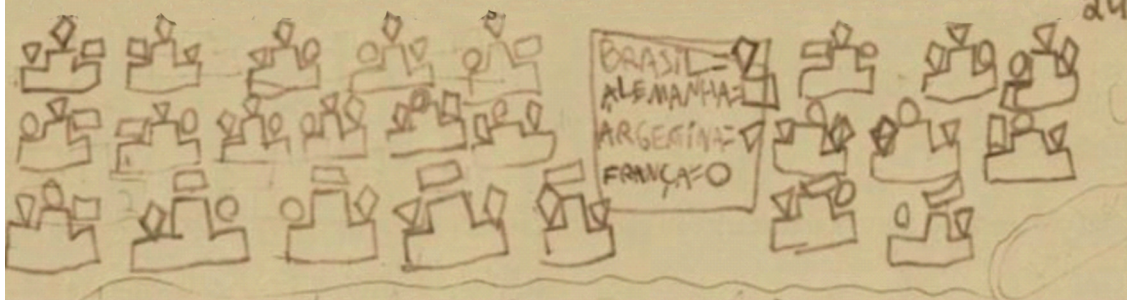


3. Para representante de turma da sala de aula se candidataram 3 pessoas (Joana, Mário e Vitória). De quantas maneiras diferentes poderão ser escolhidos o representante e o vice representante?
  4. Amanda, Lívia e Gisele vão brincar na gangorra do parque. Quantas duplas diferentes podem ser formadas com essas meninas?
- b) Solicitar que, em pequenos grupos, sejam identificadas semelhanças e diferenças em relação à forma de escolher os elementos e de ordená-los nos problemas acima.
- c) Discutir em grande grupo quais estratégias de solução são mais adequadas para serem usadas por alunos do 1º, 2º e 3º anos.

### Atividade 6 – Analisando a resolução das crianças

Veja as soluções (corretas, incompletas ou incorretas) encontradas por alguns alunos de 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental ao resolverem problemas combinatórios.

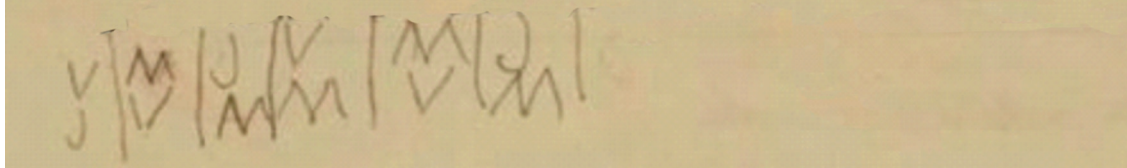
As quartas de final da Copa do Mundo serão disputadas pelas seguintes seleções: Brasil, França, Alemanha e Argentina. De quantas maneiras diferentes podemos ter os três primeiros colocados?



Fonte: Pessoa e Borba (2009)

Resolução de um aluno do 3º ano do Ensino Fundamental.

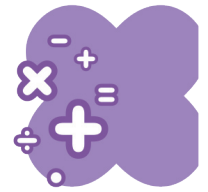
Para representante de turma da sala de aula se candidataram 3 pessoas (Joana, Mário e Vitória). De quantas maneiras diferentes poderão ser escolhidos o representante e o vice-representante?



Fonte: Pessoa e Borba (2009)

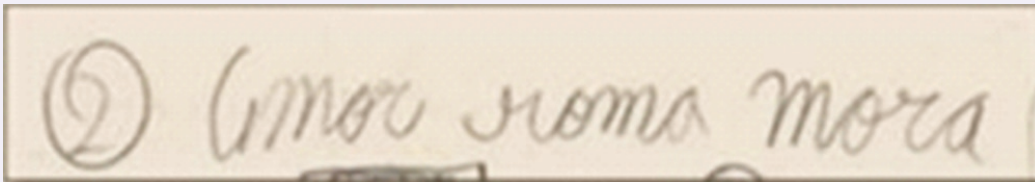
Resolução de uma aluna do 3º ano do Ensino Fundamental.





Fonte: Pessoa e Borba (2009)

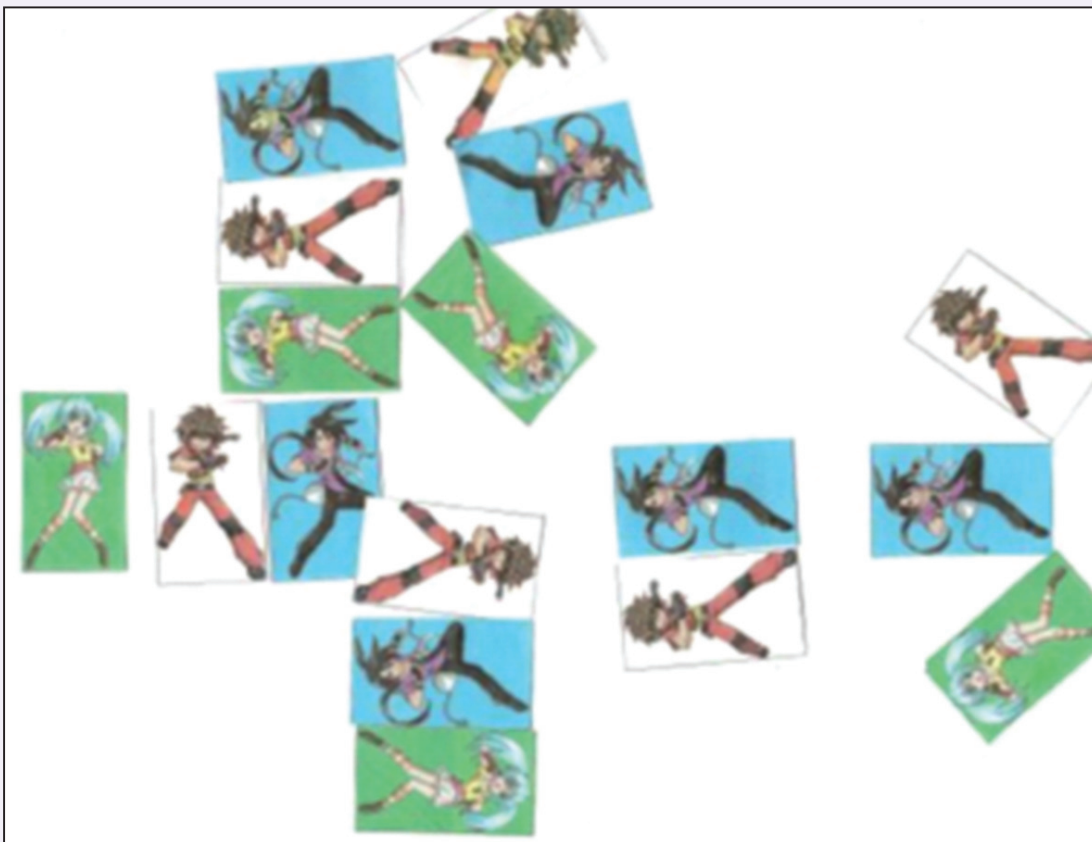
Quantas palavras diferentes (com ou sem sentido) poderei formar usando as letras da palavra AMOR



Resolução de uma aluna do 2º ano do Ensino Fundamental.

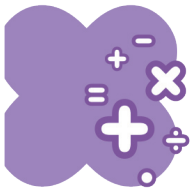
Felipe tem três figurinhas e quer arrumá-las lado a lado em uma página do seu álbum. Quais são as formas que ele tem para arrumar essas figurinhas uma ao lado da outra na página de seu álbum?

Fonte: Pessoa e Borba (2012)



Resolução de um aluno de seis anos.





Para as suas bonecas, Marina tem roupinhas diferentes. Ela tem duas saias (preta e cinza) e quatro tops (branco, vermelho, amarelo e verde). Quais são as possibilidades de Marina vestir conjuntos diferentes de roupas em suas bonecas, usando todas as saias com todas as blusas?

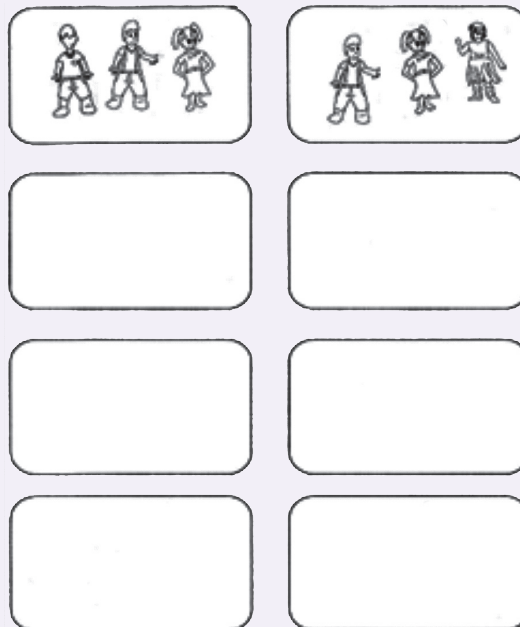
Fonte: Pessoa e Borba (2012)



Resolução de uma aluna de seis anos.

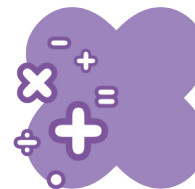
A mãe levou seus quatro filhos ao parque (Bianca, Sabrina, Diego e Felipe). No brinquedo pula-pula só podem entrar três crianças por vez. Ajude a mãe a montar os grupos, de maneiras diferentes, que brincarão no pula-pula.

Fonte: Santos, Matias e Pessoa (2011)



Resolução de um aluno de seis anos.





Discuta sobre cada uma das estratégias escolhidas pelos alunos:

- Que acertos e erros eles cometeram em cada um desses problemas?
- Qual aluno apresentou maior dificuldade? Por quê?
- O que pode ser proposto para ajudar esses alunos a progredir?

### Atividade 7

Em grupos de 5 professores, vivenciem o jogo abaixo:

**Objetivo:** Somar a maior quantidade de pontos. Os pontos são obtidos ao acertar o resultado de um sorteio de tampinhas.

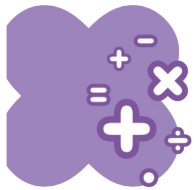
**Material:** Um saco opaco com 10 tampinhas, sendo 6 azuis e 4 vermelhas.

**Quantidade de participantes:** 5 participantes.

- Para iniciar a partida é preciso que todos vejam as tampinhas que vão ser colocadas no saco.
- Cada participante deve anotar numa tabela sua previsão para a cor da 1ª tampinha que será sorteada.
- Um dos participantes retira uma tampinha do saco, sem olhar.
- Após a retirada da tampinha, cada participante:
  - anota na tabela a cor da tampinha sorteada;
  - marca se acertou;
  - registra sua pontuação (0 para erro e 1 para acerto).
- Esse procedimento se repetirá até a 5ª rodada.
- As tampinhas sorteadas não voltam para o saco.
- Ao final de uma rodada em que todos sorteiam, os pontos obtidos são somados, para ver quem venceu o jogo.

Jogada	Previsão do Resultado	Resultado da cor da tampinha sorteada	Acerto	Pontuação
1ª				
2ª				
3ª				
4ª				
5ª				
Total				





Refletindo sobre o jogo:

- Marque no quadro abaixo as tampinhas que foram colocadas no saco antes da primeira rodada e preencha a linha da 1ª rodada.
- Repita essas anotações até a quinta rodada.
- O que você pode concluir?

Jogada	Tampinhas existentes no saco	Chances de sair azul	Chance de sair vermelha
1ª	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	...azuis em 10 tampinhas	...vermelhas em 10 tampinhas
2ª	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	...azuis em 9 tampinhas	...vermelhas em 9 tampinhas
3ª	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	...azuis em 8 tampinhas	...vermelhas em 8 tampinhas
4ª	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	...azuis em 7 tampinhas	...vermelhas em 7 tampinhas
5ª	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	...azuis em 6 tampinhas	...vermelhas em 6 tampinhas

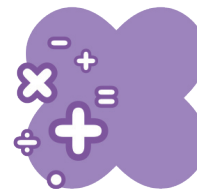
Mariana participava do jogo e no momento da 5ª jogada seu registro estava assim:

Jogada	Previsão do Resultado	Resultado da cor da tampinha sorteada	Acerto	Pontuação
1ª	azul	azul	e	1
2ª	azul	azul	e	1
3ª	azul	vermelha	e	0
4ª	azul	vermelha	e	0
5ª	azul			
Total				

- a) Use o quadro abaixo para anotar a quantidade de tampinhas existentes no saco. Você concorda que Mariana fez uma boa previsão? Ela tem mais chance de errar ou de acertar? Justifique sua resposta.

Jogada	Tampinhas existentes no saco
1ª	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
2ª	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
3ª	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
4ª	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
5ª	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○





Vamos agora observar as jogadas realizadas por Caio.

Jogada	Previsão do Resultado	Resultado da cor da tampinha sorteada	Acerto	Pontuação
1ª	vermelha	vermelha	e	1
2ª	vermelha	vermelha	e	1
3ª	azul	vermelha	e	0
4ª	azul	vermelha	e	0
5ª				
Total obtido				

71

- b) Nas duas primeiras jogadas, Caio apostou no vermelho e acertou. Na 3ª e na 4ª jogadas ele apostou no azul, mas saiu vermelho. Na 5ª jogada, em qual cor ele deve apostar? Por quê?

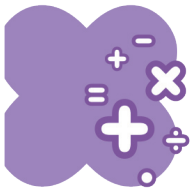
### Atividade 8

Nos textos da seção “Aprofundando o Tema”, foram dadas diversas sugestões para a construção de gráficos, trabalhos com combinatória e com probabilidade. Juntamente com seu grupo elabore uma sequência didática adaptada a sua realidade para o trabalho com cada um desses temas.

### Atividade 9

Escolha um dos jogos do Caderno Jogos na Alfabetização Matemática que trabalhe com o tema desse caderno. Experimente o jogo com seu grupo e discuta sobre suas possibilidades para a sua sala de aula.





72

## Para Saber Mais



### Sugestões de Leituras – Livros

GUIMARÃES, G.; BORBA, R. (Org.). **Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização**. Biblioteca do Educador Matemático, Coleção SBEM, v. 6, 2009.

Esse livro é uma iniciativa do Grupo de Trabalho: Educação Matemática nos Anos Iniciais e apresenta diversas investigações com o objetivo de auxiliar no desenvolvimento do trabalho de ensino e aprendizagem nas salas de aula nos anos iniciais de escolarização. Em particular destacamos o capítulo Refletindo sobre a Educação Estatística na sala de aula de Gilda Guimarães que trata do tema abordado neste caderno. Para acessar o resumo desta e de outras publicações na área basta acessar [http://www.sbem.com.br/files/revista14\\_26.pdf](http://www.sbem.com.br/files/revista14_26.pdf).



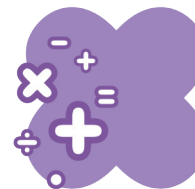
### Sugestões de Leituras – Artigos

CAVALCANTI, E.; GUIMARÃES, G. Quem gostaria de receber um livro de presente de Natal? **Educação Matemática em Revista**, ano 14, n. 27, ago. 2009.

Esse relato tem por objetivo socializar produções de estudantes do 2º e 5º ano, quando solicitados a representarem a variabilidade de livros lidos por algumas crianças. Após a representação, a fim de fazermos com que os mesmos refletissem sobre as produções que criaram e tomassem decisões baseadas nos dados representados, foram propostas questões. No decorrer do texto, as experiências de cinco crianças são destacadas, a fim de melhor exemplificar o que foi vivenciado. O trabalho realizado junto a esses estudantes permitiu concluir que crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental são capazes de compreender questões referentes à variabilidade de dados representados em gráficos. Entretanto, eles podem tomar decisões partindo de suas crenças e valores e nem sempre se baseando nos dados representados.







PESSOA, C.; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **ZETETIKÉ**, Campinas, v. 17. n. 31, jan/jun. 2009. Disponível em: <<http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/article/download/2622/2364>>.

Nesse estudo buscou-se levantar a compreensão de problemas combinatórios por alunos de 1º ao 4º ano e observar as estratégias por eles utilizadas. Aplicou-se um teste envolvendo diferentes tipos de problemas (produto cartesiano, arranjo, combinação e permutação) e analisaram-se os acertos dos alunos, por série e por tipo de problema. Observaram-se avanços ao longo dos anos, com melhores desempenhos nos anos posteriores. Os problemas de arranjo e permutação, nos quais a ordem dos elementos é importante, apresentaram percentuais baixos de acertos, provavelmente pela dificuldade em levantar todas as possibilidades. As estratégias variavam da total incompreensão das relações envolvidas, passando pela compreensão das relações sem esgotamento de possibilidades, até a identificação do produto que sintetizava a situação. Deve-se reconhecer que o raciocínio combinatório desenvolve-se dentro e fora da escola, sendo necessário que se enfatize a necessidade de os alunos levantarem de modo sistematizado todas as possibilidades de uma situação.

SOUZA, A.C.; LOPES, C.; OLIVEIRA, D. A análise exploratória de dados na infância: uma conexão entre educação estatística e a literatura infantil. In: COUTINHO, C. (Org.). **Discussões sobre o ensino e a aprendizagem da probabilidade e da estatística na escola básica**. São Paulo: Mercado das Letras, 2013. p.75-98.

Esse artigo tem como objetivo trazer discussões sobre Educação estatística nos anos iniciais, realizadas no Grupo de Estudos em Educação Estatística. Tais reflexões são amparadas em uma investigação estatística, disparada pela leitura do livro *Meu Dente Caiu* da autora Vivina de Assis.

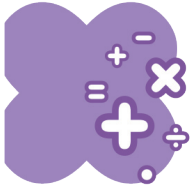


## Sugestão de Vídeo

- <http://www.youtube.com/watch?v=rbNNP3rhz2g>

Domingo é dia de bater uma bolinha é um vídeo que discute diferentes formas de classificação de forma divertida.





74



## Sugestões de *Sites*

EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

**<<http://7a12.ibge.gov.br>>.**

Esse endereço leva ao *site* do IBGE destinado às crianças de 7 a 12 anos. Aqui você encontra informações interessantes e curiosas sobre o Brasil e os brasileiros. Tem também: brincadeiras, mapas, material para pesquisa e muito mais. É importante ressaltar que no *site* do IBGE encontram-se as normas da ABNT utilizadas para a apresentação dos dados estatísticos.

**<<http://vamoscontar.ibge.gov.br/en/>>.**

O Vamos Contar é o ponto de encontro do IBGE com os educadores. Esse é um *site* pensado para oferecer informações atualizadas sobre o Brasil por meio de atividades e recursos para as aulas.

**<[www.ime.usp.br/caem/](http://www.ime.usp.br/caem/)>.**

Trata-se do *site* do CAEM – Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática. O CAEM é um órgão de extensão do IME – Instituto de Matemática e Estatística da USP – Universidade de São Paulo. Seu objetivo é prestar serviços de assessoria a professores de Matemática. Dentre outras atividades, o CAEM oferece vários tipos de cursos, oficinas, palestras e seminários a professores dos níveis Infantil, Fundamental e Médio. Com exceção das oficinas, as atividades são gratuitas para todos os professores.

**<<http://chc.cienciahoje.uol.com.br/revista>>.**

No referido *site* encontramos a revista Ciência Hoje das crianças. Além de diversas atividades interessantes, é um importante apoio ao professor para atualização de seus conhecimentos e de seus alunos, com uma linguagem adequada às crianças.

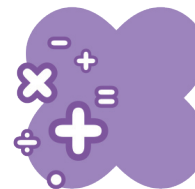
**<<http://geracaoufpe.blogspot.com.br/p/producoes.html>>.**

Trata-se do *site* do Grupo de Estudos em Raciocínio Combinatório GERAÇÃO. Tal grupo tem o objetivo de desenvolver e divulgar estudos relativos ao conhecimento de Combinatória.

**<<http://nemat.gente.eti.br/>>.**

O *site* é o endereço do Núcleo de Educação Matemática da Universidade Federal de Pernambuco – NEMAT que tem como objetivo articular professores e alunos da Universidade Federal de Pernambuco com outras instituições e redes de ensino em busca do desenvolvimento e da melhoria do ensino da Matemática nos diversos níveis de escolaridade.





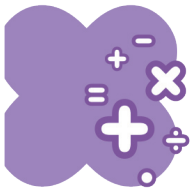
## Sugestões de Jogos *Online*

- **BATALHA NAVAL** – É um jogo de estratégia, onde os jogadores devem adivinhar em que quadrados estão os navios do oponente apresentados em uma tabela de dupla entrada.

<http://jogosonline.clickgratis.com.br/multiplayer/batalha-aval.html#ixzz2gNbFbtyP>.

- **AKINATOR** – É um jogo que envolve muitas classificações para que seja descoberto um personagem.

<http://pt.akinator.com/personnages/propose>.



76



## Sugestões de Atividades para os Encontros em Grupos

### 1º momento (4 horas)

- Fazer a leitura deleite do livro **Apostando com o Monstro**, do autor Kyoung Hwa Kim.
- Retomada do encontro anterior.
- Ler a seção “Iniciando a Conversa”.
- Discutir com o grande grupo sobre o trabalho que tem sido feito nas escolas sobre Educação Estatística.
- Fazer as atividades 1, 2, 3 e 4 da seção “Compartilhando”.



Reprodução

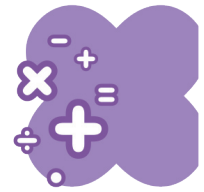
### 2º Momento (4 horas)

- Fazer a leitura do livro **Fugindo das garras do gato**, dos autores Choi Yun-Jeong e Kim Sun-Yeong, e discutir as possibilidades pedagógicas desse livro para o trabalho com Educação Estatística.
- Fazer as atividades 7, 8 e 9 da seção “Compartilhando”.



Reprodução



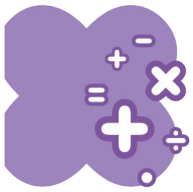


## Atividades para Casa e Escola

77

1. Leitura dos textos da seção “Aprofundando o Tema”.
2. Procurar nos livros didáticos a que tem acesso atividades que desenvolvam aspectos referentes a cada um dos tópicos destacados: construção e leitura de gráficos e tabelas, combinatória, noções de probabilidade.
3. Aplicar e registrar as sequências didáticas elaboradas pelo grupo.
4. A partir das ideias do texto PESQUISA COMO EIXO ESTRUTURADOR DA ABORDAGEM DE ENSINO DA ESTATÍSTICA realizar uma investigação estatística com os alunos.





78



## Referências

BARRETO, F.; AMARAL, F.; BORBA, R. Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de séries iniciais. **Caderno de Trabalhos de Conclusão de Curso de Pedagogia**, Recife: UFPE, v. 2, 2007.

BORBA, R. Vamos combinar, arranjar e permutar: aprendendo combinatória desde os anos iniciais de escolarização. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2013, Curitiba. **Anais eletrônicos...** Curitiba, 2013. Disponível em: <[http://sbem.esquiro.kingghost.net/anais/XIENEM/pdf/2201\\_2170\\_ID.pdf](http://sbem.esquiro.kingghost.net/anais/XIENEM/pdf/2201_2170_ID.pdf)>. Acesso em 14 de fevereiro de 2014.

CAVALCANTI, M. R. G. **Como adultos e crianças compreendem a escala representada em gráficos**. 122 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnologia) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

PESSOA, C.; BORBA, R. Do young children notice what combinatorial situations require? In: CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 36., Taipei. **Proceedings...**, v. 1, Taipei, 2012.

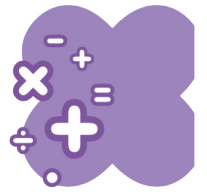
\_\_\_\_\_. O desenvolvimento do raciocínio combinatório na escolarização básica. **Em Teia** – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, Recife: v. 1, n. 1, 2010.

\_\_\_\_\_. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **ZETETIKÉ**, Campinas, v. 17, n.31, jan/jun. 2009.




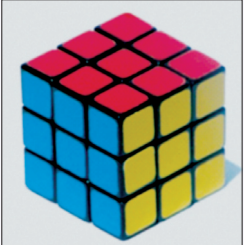











SANTOS, M.; MATIAS, P.; PESSOA, C. O raciocínio combinatório na educação infantil. **Caderno de Trabalhos de Conclusão do Curso de Pedagogia**, Recife: UFPE, 2011.

SILVA, D. B. **Analisando a transformação entre gráficos e tabelas por alunos do 3º e 5º ano do ensino fundamental**. 125 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnologia) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2012.





Material para ser utilizado na atividade 3 – KIT de 15 Brinquedos Populares

 <p>Bola de Gude</p>	 <p>Cavalo de Pau</p>	 <p>Dedoche</p>
 <p>Quadrado Mágico</p>	 <p>Bambolê</p>	 <p>Pipa</p>
 <p>Trapezista</p>	 <p>Jacaré</p>	 <p>Boneca de Pano</p>
 <p>Reco-reco de bambu</p>	 <p>Patinho</p>	 <p>Roi roi</p>
 <p>Peteca</p>	 <p>Baralho</p>	 <p>Carrinho de lata</p>





80

<b>Dupla que gerou a classificação</b>
_____
<b>Descritor do Grupo</b>
_____
_____
_____

