



Ministério da Educação  
Secretaria de Educação Básica  
Diretoria de Apoio à Gestão Educacional

# **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa**

## **QUANTIFICAÇÃO, REGISTROS E AGRUPAMENTOS**



**Caderno 02**

Brasília 2014





**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**Secretaria de Educação Básica – SEB**  
**Diretoria de Apoio à Gestão Educacional – DAGE**

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Centro de Informação e Biblioteca em Educação (CIBEC)

---

Brasil. *Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional.*

Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Quantificação, Registros e Agrupamentos / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

88 p.

ISBN 978-85-7783-145-6

1. Alfabetização. 2. Alfabetização Matemática. 3. Números.

---

Tiragem 362.388 exemplares

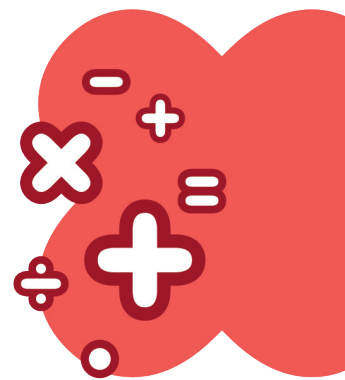
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA  
Esplanada dos Ministérios, Bloco L, Sala 500  
CEP: 70.047-900  
Tel: (61) 2022-8318 / 2022-8320





# Sumário

## QUANTIFICAÇÃO, REGISTROS E AGRUPAMENTOS



05	<b>Iniciando a Conversa</b>
06	<b>Aprofundando o Tema</b>
06	Sobre a construção do número
15	O agrupamento na organização da contagem e na origem dos sistemas de numeração
20	Usos e funções do número em situações do cotidiano
30	Para que serve a matemática na perspectiva das crianças
33	O número: compreendendo as primeiras noções
42	Número: de qualidades e quantidades
48	Sentido de número na Educação Matemática
55	Diferentes enfoques no ensino de números
62	A contagem e o universo infantil
69	<b>Compartilhando</b>
82	<b>Para Saber Mais</b>
82	Sugestões de Leituras
84	Sugestões de Vídeos
85	<b>Sugestões de Atividades para os Encontros em Grupos</b>
86	<b>Atividades para Casa e Escola</b>
88	<b>Referências</b>





## CADERNO 2 | QUANTIFICAÇÃO, REGISTROS E AGRUPAMENTOS

### **Organizadores:**

Carlos Roberto Vianna, Emerson Rolkouski

### **Autores:**

Alina Galvão Spinillo, Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes, Janaína Pinheiro Vece, Liane Teresinha Wendling Roos, Luciane Ferreira Mocrosky, Regina Ehlers Bathelt, Rosa Monteiro Paulo, Simone Dias Silva

### **Comitê Gestor:**

Adilson Oliveira do Espírito Santo, Liane Teresinha Wendling Roos, Mara Sueli Simão Moraes

### **Consultores:**

Alexandrina Monteiro, Alina Galvão Spinillo, Antonio José Lopes, Celi Espasandin Lopes, Cristiano Alberto Muniz, Gilda Lisbôa Guimarães, Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca, Maria Tereza Carneiro Soares, Rosinalda Aurora de Melo Teles

### **Pareceristas *ad hoc*:**

Adail Silva Pereira dos Santos, Adriana Eufrasio Braga Sobral, Ana Marcia Luna Monteiro, Carlos Eduardo Monteiro, Cecilia Fukiko Kamei Kimura, Clarissa Araújo, Gladys Denise Wielewski, Iole de Freitas Druck, Lilian Nasser, Maria José Costa dos Santos, Paula Moreira Baltar Bellemain, Paulo Meireles Barguil, Rute Elizabete de Souza Rosa Borba

### **Leitores Críticos:**

Camille Bordin Botke, Enderson Lopes Guimarães, Flavia Dias Ribeiro, Helena Noronha Cury, Laíza Erler Janegitz, Larissa Kovalski, Leonora Pilon Quintas, Luciane Ferreira Mocrosky, Luciane Mulazani dos Santos, Marcos Aurelio Zanlorenzi, Maria do Carmo Santos Domite, Michelle Taís Faria Feliciano, Nelem Orlovski

### **Apoio Pedagógico:**

Laíza Erler Janegitz, Nelem Orlovski

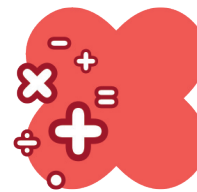
### **Revisão:**

Célia Maria Zen Franco Gonçalves

### **Projeto gráfico e diagramação:**

Labores Graphici





## Iniciando a Conversa

O eixo Número e Operações será abordado em um conjunto de três cadernos, sendo este o primeiro. O tema central deste caderno são os Números. Esses serão observados, basicamente, a partir de duas perspectivas: a primeira apresenta os números como resultantes de uma operação de contagem que segue alguns princípios lógicos e possui variadas formas de registro. A partir daí, estabelece-se a relação entre a contagem, a quantificação, os sistemas de registro e os sistemas de numeração. A segunda apresenta os números no âmbito das situações de uso em contextos sociais. Ambas são abordadas simultaneamente, de modo que os problemas que surgem num lado encontram respostas no outro e geram novas questões tanto para a matemática quanto para as práticas sociais.

O objetivo geral do caderno é provocar reflexões sobre a ideia de número e seus usos em situações do cotidiano, oferecendo subsídios para práticas pedagógicas de modo que a criança possa:

- estabelecer relações de semelhança e de ordem, utilizando critérios diversificados para classificar, seriar e ordenar coleções;
- identificar números em diferentes contextos e funções;
- quantificar elementos de uma coleção, utilizando diferentes estratégias;
- comunicar as quantidades, utilizando a linguagem oral, os dedos da mão ou materiais substitutivos aos da coleção;
- representar graficamente quantidades e compartilhar, confrontar, validar e aprimorar seus registros nas atividades que envolvem a quantificação;
- reproduzir sequências numéricas em escalas ascendentes e descendentes a partir de qualquer número dado;
- elaborar, comparar, comunicar, confrontar e validar hipóteses sobre as escritas e leituras numéricas, analisando a posição e a quantidade de algarismos e estabelecendo relações entre a linguagem escrita e a oral.





6

QUANTIFICAÇÃO,  
REGISTROS E AGRUPAMENTOS



## Aprofundando o Tema

### SOBRE A CONSTRUÇÃO DO NÚMERO

Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes

Liane Teresinha Wendling Roos

Regina Ehlers Bathelt

Ao observarmos ao nosso redor, podemos perceber que, a todo o momento, as pessoas estão contando alguma coisa. Contamos o número de alunos em uma turma ou escola, a quantidade de materiais escolares, o dinheiro ...

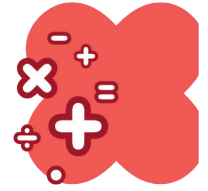
**Mas será que o ser humano contou desde sempre e da mesma forma?**

Houve épocas em que ele não contava porque não havia necessidade. A Matemática se desenvolveu ao longo dos tempos como uma linguagem que partiu da necessidade do ser humano de manter-se vivo e confortável. Mas esta necessidade não foi individual. Vários educadores matemáticos, como, por exemplo, Moura (2012), entendem a Matemática como um conhecimento que atende objetivos do coletivo e o indivíduo aprende as novas sínteses geradas na solução de problemas sociais. Dessa forma, pode-se compreender a produção do conhecimento matemático como o modo humano de construir respostas para as suas necessidades básicas construídas nas relações sociais.

Quando era nômade, o ser humano vivia em abrigos como cavernas e, para sobreviver, caçava e pescava. Para isso, o simples senso numérico permitia-lhe perceber as quantidades de modo a suprir suas necessidades. Assim, por exemplo, apenas observando os peixes que havia pescado, ele sabia se seriam ou não suficientes para a refeição de seu grupo; da mesma forma que, ao coletar um punhado de frutos, ele percebia se estes supriam sua fome. Isso acontecia sem que existissem números e sem uma contagem como conhecemos hoje.

O **senso numérico** é a capacidade que permite diferenciar, sem contar, pequenas quantidades de grandes quantidades, perceber onde há mais e onde há menos, quando há “tantos quantos” ou uma situação de igualdade entre dois grupos. O senso numérico é a capacidade natural que o ser humano e alguns animais possuem para apropriar-se de quantidades, ou seja, num golpe de vista consegue-se indicar quantidades pequenas, de um a cinco, mesmo que estas se refiram a objetos ou seres que podem estar em movimento, como animais ou aves em um pasto.





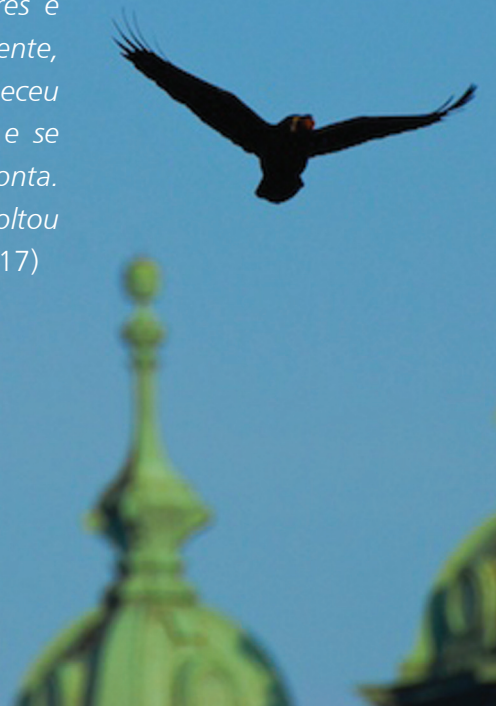
Ou, ainda, se você der a uma criança que ainda não sabe contar certa quantidade de bolinhas e, depois dela brincar um pouco, retirar algumas, ela não saberá quantas você retirou, mas saberá que a quantidade foi modificada.

Estudiosos do assunto, como Dantzig (1970), afirmam que alguns animais também possuem um senso numérico, embora bastante rudimentar e limitado. Ele cita exemplos como o de pássaros que conseguem identificar se são retirados dois ou mais ovos de seus ninhos e apresenta o famoso relato do homem que queria matar um corvo.

### O FAZENDEIRO E O CORVO

*Um fazendeiro estava disposto a matar um corvo que fez seu ninho na torre de observação de sua mansão. Por diversas vezes tentou surpreender o pássaro, mas em vão: à aproximação do homem, o corvo saía do ninho. De uma árvore distante, ele esperava atentamente até que o homem saísse da torre e só então voltava ao ninho. Um dia, o fazendeiro tentou um ardil: dois homens entraram na torre, um ficou dentro, enquanto o outro saiu e se afastou. Mas o pássaro não foi enganado: manteve-se afastado até que o outro homem saísse da torre. A experiência foi repetida nos dias subsequentes com dois, três e quatro homens, ainda sem sucesso. Finalmente, cinco homens entraram na torre e um permaneceu lá dentro enquanto os outros quatro saíam e se afastavam. Desta vez, o corvo perdeu a conta. Incapaz de distinguir entre quatro e cinco, voltou imediatamente ao ninho. (DANTZIG, 1970, p. 17)*

Stock.xchng/Mateusz Stachowski



Com o passar do tempo, o ser humano passou a lidar com quantidades que lhe exigiam a realização de comparações e determinações de quantidades mais próximas das exatas para responder a perguntas como: "Onde tem mais?", "Onde tem menos?", ou se tem "Tantos quantos?".





8



## OBJETOS E QUANTIDADES

Atividade desenvolvida pela professora Nadia Beatriz Casani Belinazo, da Escola Estadual de Educação Básica Profª Margarida Lopes (Santa Maria – RS), com a colaboração dos acadêmicos Laura Pippi Fraga e Luís Sebastião Barbosa Bemme, do Projeto Clube de Matemática/GEPEMat/UFSM/Obeduc-CAPES.

A professora Nadia assistiu com os seus alunos a um vídeo do filme "Os 101 dálmatas" (Walt Disney / Buena Vista).



Arquivo dos autores

Inicialmente, eles discutiram sobre o enredo e sobre o fato de que nesse filme apareciam muitos cachorros e que, em determinadas cenas, não era possível contá-los, mas que era possível saber quando tinha mais ou quando tinha menos. Depois, eles juntaram-se em grupos e, para cada grupo, foi distribuído um conjunto de cartões que remetia ao filme. Em seguida, ela solicitou que eles fossem comparando as imagens, duas a duas e desafiou-os a indicar, sem contar, em qual das duas tinha mais cachorros.

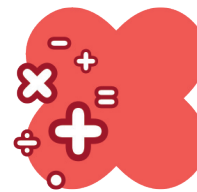
Arquivo dos autores



Arquivo dos autores







Posteriormente, a professora mostrou aos seus alunos alguns pares de coleções que tinham os mesmos tipos de objetos e solicitou que indicassem em qual delas havia mais elementos: 1) ábaco com argolas verdes e amarelas, 2) dois copos com anéis de garrafa pet brancos e azuis, 3) dois potes com garrafas pet vermelhas e verdes, bem como 4) dois pratos com ovinhos em material emborrachado (EVA) brancos e pretos.

Depois, foi entregue, para cada grupo, um desses pares e os alunos foram novamente desafiados a encontrar uma forma de descobrir em qual havia mais objetos, sem contar.

As soluções apresentadas foram as mais diversas e envolveram diferentes estratégias como: altura das pilhas dos objetos, agrupamento de unidades de objetos, extensão da superfície ocupada essas e volume ocupado pelo monte de objetos).

*Peças do ábaco:* organizaram duas pilhas de argolas, uma de cada cor, e concluíram que a pilha mais alta era a que possuía mais peças.



Arquivo dos autores



Arquivo dos autores

*Anéis de garrafas pet:* organizaram em quatro grupos de três dispostos em filas. Verificaram que uma das filas de anéis brancos tinha menos anéis (dois a menos), quando comparadas com as filas de anéis azuis. Concluíram, então, que havia menos anéis brancos que azuis.

*Tampinhas de garrafa pet:* colocaram lado a lado, classificadas por cor, e fizeram a comparação pelo critério de extensão da superfície ocupada.





10

## QUANTIFICAÇÃO, REGISTROS E AGRUPAMENTOS

Arquivo dos autores



Arquivo dos autores

*Fichas em E.V.A:* empilharam em montes dispostos nos dois pratos (do mesmo tamanho), de acordo com as cores, e concluíram que o monte mais alto era o que possuía mais fichas.



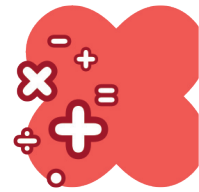
Arquivo dos autores

E você, que dinâmicas proporia, a partir das situações anteriores, para dar oportunidades aos seus alunos de fazerem comparações para determinar onde há mais, onde há menos ou há tantos quantos, em comparações de quantidade de objetos?



As atividades de sobrevivência ligadas à caça e à coleta modificaram-se à medida que o ser humano passou a criar animais e a plantar seus próprios alimentos. Surgiu, então, a necessidade de controlar as quantidades desses alimentos, animais e utensílios. Com isso, foi preciso encontrar formas de conhecer quantidades para controlá-las. Pode-se dizer então, que, quando o ser humano começou a produzir para o próprio sustento, ele descobriu a quantidade. E essa descoberta levou-o à contagem, ou seja, ao virar produtor, encontrou muitos problemas que o coletor não conhecia: como saber quantos pés de qualquer fruto cultivar para alimentar sua grande tribo? Como saber quantos animais deveria ter para se manter? Nesse sentido, as professoras Anna Regina Lanner de Moura e Maria do Carmo de Sousa





desenvolvem uma interessante sequência didática, que pode ser consultada nas referências.

A partir disso, surgem problemas como o do pastor de ovelhas que precisava controlar a quantidade de seus animais e ter certeza de que nenhum havia se perdido.

Em sala de aula, o professor pode propor situações que exijam a necessidade de controle de quantidades.

**Veja a atividade “O pastor e suas Ovelhas” na Seção “Compartilhando”.**

Para solucionar problemas de controle de quantidades, as primeiras formas que o ser humano criou estavam relacionadas ao que chamamos de *correspondência um a um* ou *correspondência termo a termo*.

### Mas o que é correspondência um a um?

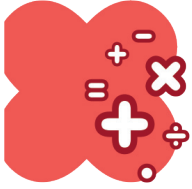
Correspondência um a um é a relação que se estabelece na comparação unidade a unidade entre os elementos de duas coleções. Nessa comparação, é possível determinar se duas coleções têm a mesma quantidade de objetos ou não e, então, qual tem mais ou qual tem menos.

Por exemplo, na necessidade de controlar a quantidade de ovelhas do seu rebanho, o pastor precisou criar outra coleção que lhe permitiu representar cada ovelha do rebanho por uma pedra. Assim, a quantidade associada à coleção de pedras é equivalente à quantidade de ovelhas do rebanho.

No controle de quantidades por meio da correspondência um a um, para cada elemento de uma coleção que se deseja contar, existe outro elemento de outra coleção que assume o papel de contador. Ao carregar consigo a quantidade de pedras, o pastor conserva a quantidade de ovelhas através de um registro prático, uma vez que existe a possibilidade de ser guardado.

A correspondência um a um é também utilizada por nós no dia a dia. Tome como exemplo uma atividade cotidiana como a de andar de ônibus. Ao entrar em um ônibus, percebe-se, de imediato, duas coleções: os bancos e as pessoas. Ao darmos uma rápida olhada, podemos, facilmente, sem contar, verificar se estes dois conjuntos têm a mesma quantidade de elementos ou ainda se um deles tem mais elementos que o outro. Se há lugares desocupados e ninguém está em pé, significa que há mais bancos do que pessoas. De outro lado, se todos os lugares estão ocupados e há pessoas em pé, teremos mais pessoas do que bancos. Nesses dois casos a correspondência um a um não foi completa. Mas, quando acontece de ninguém estar em pé e não há banco vazio, então há tantos bancos quantas pessoas. Esse é um exemplo comum, usado por muitos autores. Às vezes a situação





12

QUANTIFICAÇÃO,  
REGISTROS E AGRUPAMENTOS

é a de pessoas que vão a um cinema, ou ainda uma criança que, ao distribuir os pratos em uma mesa para o almoço tenta colocar um prato para cada pessoa. Os conceitos de mais, de menos e de igual são relações básicas para o desenvolvimento do conceito de número.

Na sala de aula, diariamente, também fazemos uso auxiliar da correspondência um a um quando não há necessidade de realizar contagens. Por exemplo: o professor quer distribuir uma folha de desenho para cada um de seus alunos, mas ainda não verificou se todos estão presentes e não sabe exatamente quanto material tem. Neste caso, ele não precisa saber a quantidade de alunos e nem de folhas, basta entregar uma folha para cada aluno.

Historicamente, embora a correspondência um a um não permitisse ao ser humano saber exatamente quanto tinha, dava-lhe condições de ter controle sobre as quantidades. Inicialmente, essa correspondência era feita com a utilização de recursos materiais encontrados na natureza como pedras, pedaços de madeira, conchas, frutos secos... Esses instrumentos serviram para controlar as quantidades dos animais que se multiplicavam ou se moviam. Mas, com o passar do tempo, esses materiais tornaram-se pouco práticos para manusear, principalmente quando não permitiam o controle de grandes quantidades.

Com isto, o ser humano colocou-se em uma situação em que precisava encontrar outras formas de controlar as correspondências que estabelecia e, então, passou a fazer registros em paus, ossos, nós em cordas. Da mesma forma, a criança na escola pode fazer registros de quantidades sem conhecer os símbolos numéricos que utilizamos atualmente.



## JOGO PEGA VARETAS

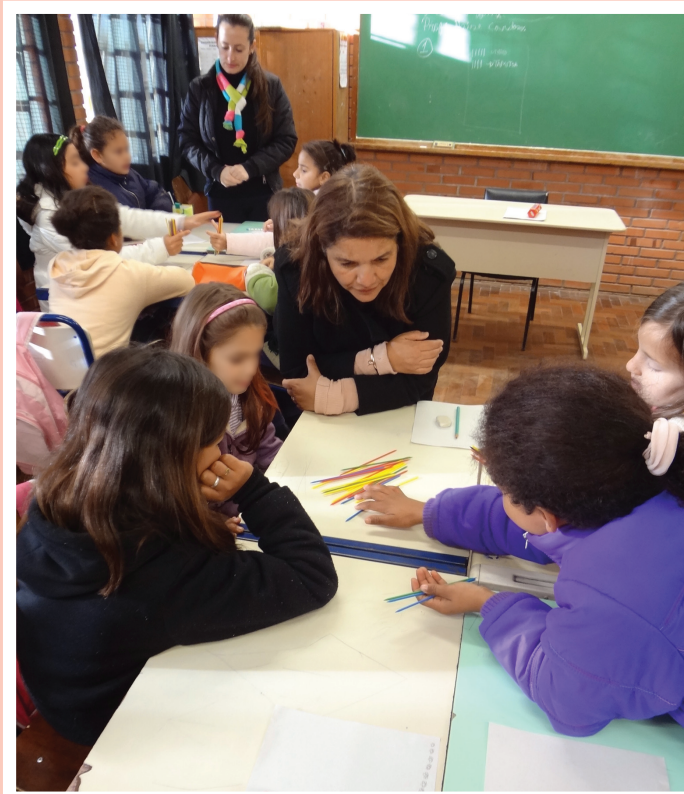
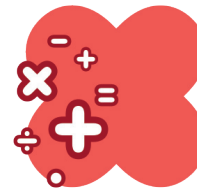
Atividade desenvolvida pela professora Naise Pereira Cardoso, da Escola Estadual de Ensino Médio Santa Marta (Santa Maria – RS), com a colaboração das acadêmicas Tamitsa Weber e Thais Rigão, do Projeto Clube de Matemática /GEPEMat/UFSM/Obeduc-CAPES.

No Caderno Jogos na Alfabetização Matemática há vários jogos que trabalham com contagem e agrupamento.

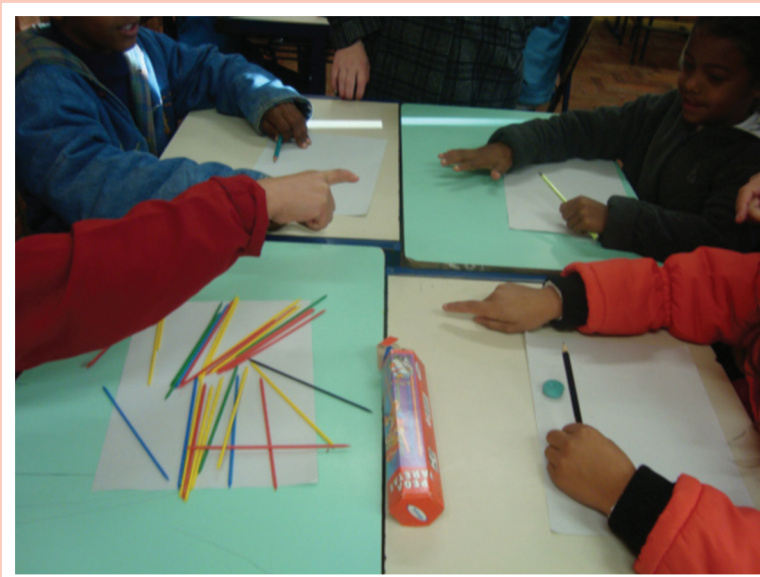
A professora Naise jogou com seus alunos o "Pega-varetas", que consiste em lançar um conjunto de varetas coloridas sobre a mesa e cada jogador, na sua vez, vai retirando as varetas até mexer uma delas, quando passa a vez. Ela adaptou o jogo de modo que cada vareta resgatada valesse somente um ponto.

Dividiu a turma em grupos de quatro alunos e cada grupo recebeu um jogo de varetas tendo que jogar três rodadas. O ganhador seria aquele que tivesse mais pontos ao final das três jogadas.





Arquivo dos autores



Arquivo dos autores

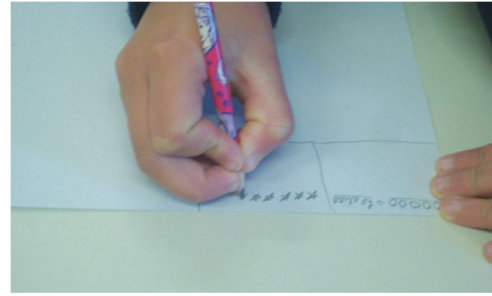
Após o término de cada rodada, as crianças tinham que devolver as varetas. Para não esquecer os resultados parciais, elas registravam-nos com o uso de papel e lápis. Esses registros poderiam ser feitos de forma espontânea, como cada uma quisesse, sem a necessidade de utilizar algarismos.





As crianças usaram as mais diferentes formas para representar os seus pontos de modo que pudessem controlar as quantidades de cada rodada e, ao final das três, saber quem ganhou.

Arquivo dos autores



Arquivo dos autores



Arquivo dos autores

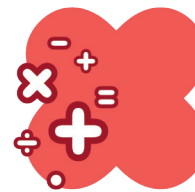
Como você desenvolveria esse trabalho envolvendo outras situações que levassem seu alunos a produzir registros de quantidades sem o uso dos números que conhecemos hoje?



Muito tempo se passou do momento em que o ser humano comparou coleções até chegar a diferenciá-las e designá-las por um nome em língua materna. Foi necessário um processo histórico que levou as diferentes culturas a encontrar distintas formas de nomear e registrar quantidades.

Na sequência, vamos ver como o agrupamento é uma forma de organização que, ao mesmo tempo em que favorece as contagens, proporciona o desenvolvimento de sistemas de numeração.





## O AGRUPAMENTO NA ORGANIZAÇÃO DA CONTAGEM E NA ORIGEM DOS SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes  
Liane Teresinha Wendling Roos  
Regina Ehlers Bathelt

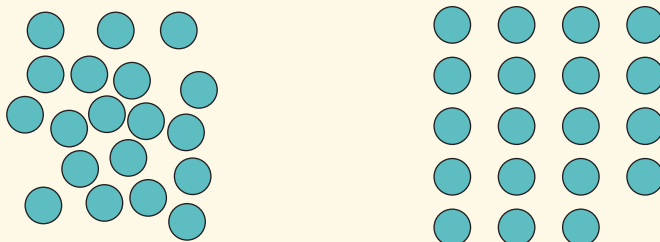
Contar os objetos de uma coleção significa atribuir a cada um deles uma palavra ou símbolo que corresponde a uma posição na sequência numérica e que indica a quantidade que ele representa nessa posição.

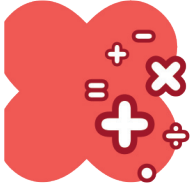
Cada civilização criou suas formas de contar e registrar de maneira oral e escrita. Muitos povos estabeleceram, e vários ainda estabelecem, correspondência um a um com partes do corpo. Encontra-se registros que sugerem a utilização dos dedos das mãos, dos pés, além de outras partes do corpo para fazer contagens. Assim, por exemplo, quando as crianças tentam contar usando os dedos das mãos, elas estão descobrindo seu corpo como ferramenta para o processo de contagem, como muitos povos fizeram ou ainda o fazem.

Mas usar uma denominação diferente para cada quantidade, mesmo em registros simples, não é muito vantajoso quando se trata de quantidades muito grandes. Assim, a necessidade de contar grandes quantidades levou o ser humano a superar a correspondência um a um e organizar “montes” ou “grupos” de quantidades, ou seja, a contagem por agrupamento. Esse tipo de contagem é o princípio básico que deu origem aos mais diversos sistemas de numeração. A contagem por agrupamento representou um grande avanço, pois permitiu ao ser humano superar a correspondência um a um, tornando a ação de contagem de grandes quantidades mais rápida e eficiente. Ao invés de controlar a quantidade de um grupo com muitas unidades, ele passou a ter o controle da quantidade de alguns grupos com poucas unidades.

Agrupar é uma estratégia de contagem que organiza o que é contado, ajudando a não esquecer de contar nenhum objeto e evitando que um mesmo objeto seja contado mais de uma vez.

Na ilustração a seguir, é possível observar uma mesma quantidade apresentada de duas formas. Em qual das duas é mais fácil contar?





16

Contar e agrupar são ações que permitem controlar, comparar e representar quantidades. Daí a importância de propor atividades para os alunos que exijam a contagem de uma coleção de objetos por meio de seu agrupamento em quantidades menores.



## O SÍTIO ANIMADO

Atividade desenvolvida pela professora Gisele Tamara Bittencourt, da Escola Estadual de Ensino Médio Dom Antônio Reis (Santa Maria-RS), com a colaboração das acadêmicas Andressa Wiedenhöft Marafiga e Jucilene Hundertmarck, do Projeto Clube de Matemática/GEPEMat/UFSM/Obeduc-CAPES.

A professora Gisele organizou um teatro com palitoches (personagens presos em palitos de churrasco) e contou a seguinte história para seus alunos, que foram interagindo a partir das situações que apareciam.

*Em um sítio muito animado vivia Dona Galinha e seus três pintinhos. Eles tinham uma bela plantação de milho com a qual tinham o máximo de cuidado, pois esse era o alimento preferido de todos. Um dia, Dona Galinha acordou mais cedo do que o costume, pois estava na hora de colher o milho que já estava maduro. Logo chegaram seus amigos para ajudá-la na tarefa. Depois de colhidas as espigas de milho, eles trataram de debulhá-las, ou seja, separar os grãos da espiga. No final da tarde, Dona Galinha já estava com a sua colheita feita e com um saco de grãos de milho que precisavam ser guardados.*

*Ela era muito bem organizada nisso, pois guardava seus grãos de milho em vários potes, sendo que, em cada pote, colocava sessenta grãos.*

*Mas acontece que o dia está terminando e já está quase escuro. Dona Galinha quer terminar o seu trabalho ainda hoje e antes de escurecer. Por isso, vai precisar contar e organizar os seus grãos de uma forma rápida e segura, sem se perder na contagem, sem contar nenhum grão mais de uma vez e sem esquecer nenhum. Qual é a melhor forma de fazer essa contagem? Vamos ajudar Dona Galinha?*

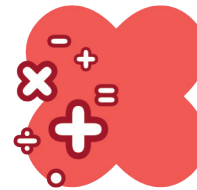
Após aceitarem a tarefa de ajudar a Dona Galinha, os alunos foram divididos em grupos e cada grupo recebeu um punhado de grãos para pensar em uma forma rápida e eficiente de contá-los. Inicialmente as crianças fizeram algumas suposições que lhes pareceram soluções rápidas<sup>1</sup>:

Maria: – *Por que Dona Galinha não enche o pote sem contar, mesmo.*

<sup>1</sup> Nesse e em outros diálogos apresentados neste caderno, os nomes dos interlocutores são fictícios e as falas das crianças foram registradas na forma coloquial com que se comunicavam com o adulto.







Pedro: – Por que ela não mede em xícaras ao invés de contar?

Profª: – Por que ela é muito organizada e quer saber sempre quantos grãos tem para fazer as suas receitas.

Carla: – Então o jeito é ir contando um, dois, ...

Profª: – Mas, será que contando dessa forma a gente não se perde na contagem e aí tem que começar tudo de novo?

Carla: – Então a gente conta em partes.

Profª: – E como daria para fazer isso?

A partir dessa discussão, os grupos começaram a se organizar para encontrar uma solução para o problema de Dona Galinha. Todos fizeram "montinhos" de milho, até chegar à quantidade de 60, concluindo que isso auxiliava na contagem. Cada grupo de alunos decidiu (a seu critério) sobre a quantidade de grãos que utilizaria para formar igualmente todos os seus montinhos, por exemplo, se o grupo decidiu que em cada montinho haveria dez grãos, então todos os demais que produzissem, necessariamente, teriam dez grãos). Nas soluções propostas pelas crianças foram usados montinhos de vinte, de dez e de cinco grãos.

A professora ainda instigou seus alunos:

Profª: – Mas por que os montinhos podem ajudar Dona Galinha?

E a resposta da Juliana resumiu a conclusão da turma:

Juliana: – É que se ela vai contando de um, aí vem um pintinho conversar com ela, então ela se perde, começa de novo e demora. Aí se o montinho é de dez, ela vai contando: dez, vinte, trinta ...

Arquivo dos autores



Arquivo dos autores

Depois que todos os grupos apresentaram para os colegas as suas soluções, eles registraram-nas por meio de desenho.

A professora Gisele aproveitou a situação da história para discutir sobre alimentos e, mais especificamente, sobre o milho.





Outra situação de aprendizagem proposta pela professora foi denominada "As Argolinhas" (adaptado de SÃO PAULO, 1989). Foi entregue a cada grupo um monte de tampinhas de garrafa pet furadas ao meio e tiras de barbante. A ideia era formar "pulseiras" com certa quantidade de tampinhas e, depois, "colares" com esta mesma quantidade de "pulseiras". Assim, por exemplo, se cinco tampinhas formassem uma pulseira, cinco pulseiras formariam um colar.

Todas as situações organizadas com tampinhas e barbante foram registradas em um quadro.

Arquivo dos autores



Arquivo dos autores

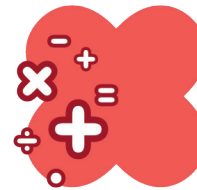
COLAR	PULSEIRA	ARGOLA	TOTAL
	3	0	40
			61
			8
			21
			32
			15

Arquivo dos autores

A história apresentada é imaginária, os personagens são animais que falam e contam. Ela seria adequada para os seus alunos?

De que outras maneiras você poderia desenvolver um trabalho com outras situações que levassem seus alunos a fazer agrupamentos para facilitar a contagem e representar grandes quantidades com pouco material?





## Mas como as várias civilizações lidaram com a contagem de grandes quantidades?

A necessidade de controlar as quantidades, principalmente quando essas foram aumentando, levou boa parte da humanidade, no transcorrer da história, a elaborar diferentes estratégias para organizar e registrar suas variações. “Há indícios de que algumas dessas representações são, inclusive, anteriores ao desenvolvimento da escrita.” (DIAS; MORETTI, 2011, p. 20)

Esse processo deu origem a diferentes sistemas de numeração, desde os mais simples até os mais elaborados, aliados às realidades de cada povo.

Os primeiros sistemas de numeração que fizeram uso de registros escritos foram originários, provavelmente, da Suméria e do Egito. Contudo, na antiguidade, muitos povos organizaram os seus sistemas escritos, sendo que, atualmente, são conhecidos alguns, como o dos povos egípcio, grego, chinês, romano, inca, asteca, maia e de muitos povos indígenas brasileiros como os kaingang, xokleng, palikur, entre outros.

O próximo texto trata do uso dos números no cotidiano. Mais a frente voltaremos a falar sobre a construção do número e suas primeiras noções.

### OS REGISTROS DOS ALUNOS

#### Observação dos Organizadores:

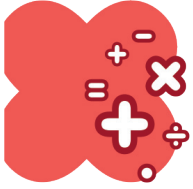
Queremos chamar a atenção para a diversidade de registros que são feitos, ‘junto com’ e ‘pelos’ crianças ao longo das atividades e relatos apresentados neste Caderno.

Tais registros são fundamentais para dar ao professor condições de analisar o progresso dos alunos na compreensão das ideias matemáticas.

Outro aspecto importante a destacar é que não se propõe diferenciações de trabalho no que diz respeito a Educação Inclusiva. Ao contrário, sugere-se aos professores atenção redobrada para prover meios de comunicação com todos os seus alunos, procurando respeitar seus tempos de aprendizagem diferenciados.

Finalmente, optou-se neste caderno e nos próximos, não favorecer o trabalho com bases diferentes de dez, entendendo-se que este trabalho eventualmente poderia ser proveitoso para alguns professores, mas seguramente seria um desvio do foco no trabalho com a construção do Sistema de Numeração Posicional e Decimal.





20

QUANTIFICAÇÃO,  
REGISTROS E AGRUPAMENTOS

## USOS E FUNÇÕES DO NÚMERO EM SITUAÇÕES DO COTIDIANO

Alina Galvão Spinillo

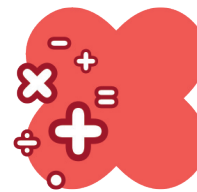
Inspirados nas frases “*Eu não nasci para isso.*” e “*Matemática não é para qualquer um.*”, Bigode e Frant (2011, p. 6) iniciam seu livro comentando que desejam desmistificar ideias como essas a respeito da matemática. Assim como esses autores, desejamos, a partir das discussões veiculadas neste texto, convencer o leitor de que, inevitavelmente, “*nascemos para isso*” e que “*matemática é para todos.*”. Para isso, tomamos como foco de nossas discussões um tema fascinante e de maior relevância: sentido numérico.

A ideia de que *nascemos para isso* encontra respaldo em investigações realizadas com bebês em que se adotava uma metodologia de pesquisa denominada habituação (DEHAENE, 2011). Os resultados desses estudos mostraram que, mesmo antes de 5 meses, os bebês são sensíveis a alterações de densidade e de comprimento e que, com poucos dias de nascidos, eles apresentam uma sensibilidade quantitativa, sendo capazes de discriminar quantidades pequenas como 1 objeto de 2 objetos, 1 objeto de 3 objetos e 2 objetos de 3 objetos. Esses resultados nos levam a concluir que desde a mais tenra idade somos capazes de discriminar quantidades pequenas através de uma discriminação visual que nos habilita a detectar até três elementos, mesmo sem realizar qualquer tipo de contagem. No entanto, essa capacidade inicial que possuímos se desenvolve, atingindo níveis de sofisticação e de abstração que vão muito além da possibilidade de discriminar pequenas quantidades. Por exemplo, o fato dos bebês perceberem que um conjunto com dois objetos é diferente de um conjunto com três objetos não significa que eles saibam o que as quantidades dois e três significam, nem que uma quantidade é maior que a outra e nem tampouco o quanto uma quantidade é maior que a outra.

Assim, se por um lado possuímos um aparato biológico que nos habilita a prestar atenção à numerosidade, por outro lado, é inquestionável o papel desempenhado pelas experiências sociais na construção do conhecimento matemático, uma vez que os números estão em toda parte, nos rodeando e fazendo parte de nossas vidas desde cedo e nos mais variados contextos, como tratado adiante, nos levando à conclusão de que *a matemática é para qualquer um*. Na realidade, o sentido numérico é tanto de natureza inata como adquirida. Seu caráter inato ilustra que nascemos para a matemática e seu caráter adquirido ilustra o papel desempenhado pelas experiências sociais (formais e informais) com os números.

Partindo da ideia de que nascemos para isso e que a matemática é para qualquer um, conduziremos nossas discussões acerca do sentido numérico e de como a escola, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pode efetivamente contribuir para o desenvolvimento do raciocínio matemático, tornando os alunos numeralizados.





## Desenvolver um sentido numérico e tornar-se numeralizado

Da mesma forma que estamos cercados por textos de todos os gêneros nas mais diferentes situações e contextos sociais (nas ruas, em casa, no trabalho, na escola), estamos também cercados por números em nosso cotidiano e, com eles, organizamos nossas ações sobre o mundo de modo apropriado e eficiente. Desde a infância até a vida adulta lidamos com números para quantificar, comparar, medir, identificar, ordenar e operar nas mais diferentes situações e com os mais diferentes propósitos: contamos pontos para ver quem ganhou no jogo, queremos saber qual time de futebol está em primeiro lugar, quem tem mais bombons, medimos para ver quem é o mais alto ou o mais magro, dividimos uma barra de chocolate de forma justa para que ninguém coma menos que os outros, estimamos a velocidade de um carro que se aproxima para saber se será possível atravessar a rua naquele momento, estabelecemos uma razão entre preço e quantidade de um produto para fazer a melhor compra no supermercado, seguimos a sequência dos números das casas em uma rua para acharmos o endereço desejado, usamos o número como uma identificação em nossa carteira de motorista, na placa do carro, etc.

Lidamos com números também para planejar e tomar decisões a respeito de situações complexas: o quanto é preciso aumentar os ingredientes para fazer um bolo para cinco pessoas quando a receita é apenas para duas, saber qual a melhor forma de pagamento das prestações da casa própria, o quanto posso investir na poupança este mês, os gastos a cortar para manter o orçamento da empresa dentro do esperado, qual o desconto que posso dar ao meu freguês, por quanto devo cobrar por um serviço considerando a inflação, etc.

Da mesma forma que precisamos ser letrados e assim nos engajarmos em práticas sociais que envolvem a escrita, também é necessário ser numeralizado (NUNES; BRYANT, 1997) para que possamos lidar e responder às demandas do cotidiano que envolvem a matemática. Mas, o que é ser numeralizado? De onde vem esse conhecimento? Qual o papel da escola em tornar o indivíduo numeralizado? Essas são questões que pretendemos abordar neste texto.

Ser numeralizado significa ter familiaridade com o mundo dos números, empregar diferentes instrumentos e formas de representação, compreender as regras que regem os conceitos matemáticos imbricados nessas situações. Em última instância, ser numeralizado significa ser capaz de pensar matematicamente nas mais diferentes situações do cotidiano, estando associado tanto às experiências escolares como a experiências extraescolares que ocorrem antes mesmo da formalização da matemática através de situações de ensino. Segundo nossa compreensão, ser numeralizado está relacionado ao que a literatura denomina sentido de número ou sentido numérico.

O sentido de número, ou sentido numérico, pode ser entendido como uma habilidade que permite que o indivíduo lide de forma bem sucedida e flexível com





os vários recursos e situações do cotidiano que envolvem a matemática. É uma boa intuição sobre números, sobre seus diferentes significados, seus usos e funções; uma intenção de atribuir significado para as situações numéricas. É algo que se desenvolve gradualmente sem se limitar ao uso dos algoritmos tradicionais ou à formalização própria do contexto escolar. Percebe-se, portanto, que não se trata de uma unidade curricular ou um conceito matemático que possa ser diretamente ensinado, mas uma forma de pensar que deve permear as situações de ensino em relação a todos os campos da matemática em todos os segmentos da escolarização, desde a Educação Infantil.

Três aspectos precisam ser considerados a respeito do sentido numérico: sua natureza intuitiva e ampla, seu desenvolvimento gradual e o fato de assumir características específicas em função do conceito matemático ao qual se associa. O fato de ser amplo não significa que seja um fenômeno tudo ou nada, ou seja, algo que a pessoa ou tem ou não tem. Na realidade, uma pessoa pode apresentar um sentido numérico mais sofisticado em relação a conceitos aritméticos, contudo pode não apresentar esta mesma sofisticação em relação a conceitos geométricos. O desenvolvimento depende tanto das experiências que a pessoa tem com situações matemáticas como também das propriedades que constituem um dado campo do conhecimento matemático.

Diante dessas considerações, percebe-se que sentido numérico é um termo de difícil conceituação, sendo mais fácil identificar os indicadores a partir dos quais ele se manifesta do que elaborar uma definição que possa contemplar todas as suas facetas.

### Os indicadores de sentido numérico

A partir de uma análise da literatura na área, Spinillo (2006) identificou e agrupou os principais indicadores de sentido numérico com o objetivo de contribuir para uma maior compreensão acerca deste tema:

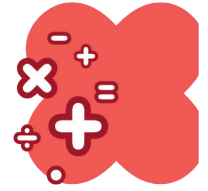
- a) Realizar cálculo mental flexível.
- b) Realizar estimativas e usar pontos de referência.
- c) Fazer julgamentos quantitativos e inferências.
- d) Estabelecer relações matemáticas.
- e) Usar e reconhecer que um instrumento ou um suporte de representação pode ser mais útil ou apropriado que outro.

Na sequência do texto cada um desses indicadores será abordado, explicitando algumas das formas como é percebido em sala de aula.

#### (a) Realizar cálculo mental flexível

Computação numérica flexível se caracteriza pelo uso da composição e da decomposição das quantidades durante a resolução de situações-problema como





ocorre em situações de compra e venda em que utilizamos o cálculo oral e estratégias de resolução diferentes daquelas adotadas no contexto escolar, que se apoiam na matemática escrita e em procedimentos algorítmicos. O que caracteriza o cálculo mental é o fato de se operar sobre os números e não sobre os algarismos, o que favorece que o aluno não perca o significado das operações que realiza, associando sempre os números a algum referente (quantidade de dinheiro, de pessoas, de objetos, do comprimento ou altura de um objeto, etc.). Através do cálculo mental são estabelecidas relações numéricas importantes que se relacionam às propriedades das operações (distributividade, comutatividade, associatividade, etc.).

A composição e a decomposição tem por base a noção de valor posicional e, em última instância, a compreensão do sistema numérico decimal (entender que 534 pode ser decomposto em  $500 + 30 + 4$ ) e das operações aritméticas (compreender que R\$ 23,80 equivale a 2 cédulas de R\$ 10 + 3 moedas de R\$ 1 + 8 moedas de 10 centavos), sobretudo em situações-problema que envolvem a adição ou a subtração.

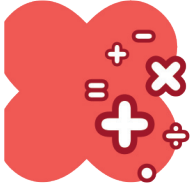
Além disso, as aproximações, os arredondamentos e o uso de pontos de referência também caracterizam esta forma flexível de resolução de problemas. Os pontos de referência estão relacionados a outro indicador de sentido numérico que está associado ao uso de estimativas, como discutido adiante. Por serem distintos dos procedimentos escolares típicos da matemática escrita e do uso procedimentos algorítmicos, esses procedimentos alternativos raramente são valorizados e explorados apropriadamente no contexto escolar. Na realidade, estimular esses procedimentos e associá-los a procedimentos algorítmicos pode favorecer a compreensão acerca das relações matemáticas que estão subjacentes aos algoritmos e relacionadas às propriedades das operações.

### **(b) Usar pontos de referência e realizar estimativas**

O uso de pontos de referência, ou âncoras, também revela formas flexíveis de raciocínio adotadas durante o processo de resolução de uma situação-problema, sendo um bom indicador de sentido numérico. Pontos de referência servem de apoio ao raciocínio e estão fortemente associados às estimativas quando não é necessário realizar cálculos numéricos precisos e nem tampouco empregar procedimentos algorítmicos.

Utilizar pontos de referência é importante para avaliar a pertinência ou não de uma resposta, para fazer aproximações numéricas (arredondamentos) de modo a facilitar a realização de cálculos mentais e para fazer medições de grandezas diversas. É importante ressaltar que muitas composições e decomposições empregadas nos cálculos mentais se baseiam em pontos de referência. Por exemplo, em problemas de adição e de subtração, as crianças podem utilizar pontos de referência com a base 10, como quando ao somar  $7 + 9$ , fazem  $7 + 10 - 1$ . Outro ponto de referência muito utilizado é o dobro, como ao somar  $7 + 9$ , fazendo  $7 + 7 + 2$ .





A estimativa permite uma menor ênfase na quantificação numérica e maior ênfase nos princípios subjacentes ao conhecimento matemático. Em inúmeras ocasiões, observamos que as crianças compreendem alguns conceitos matemáticos antes mesmo de adquirirem habilidades de computação numérica. Embora uma noção desenvolvida dos conceitos matemáticos requeira quantificações numéricas precisas, é importante considerar que as noções mais elementares se estruturam, inicialmente, a partir de estimativas e julgamentos do tipo *maior que*, *menor que*, *igual a*. Crianças apresentam um bom desempenho ao fazer adição de frações por estimativa quando o referencial de *metade* e o de *inteiro* são tomados como pontos de referência, como ilustra a situação a seguir apresentada a um aluno do 3º ano com barras de chocolate de mesmo tamanho.

**Entrevistadora:** – Assim, só de cabeça, me diz: Se você comesse metade desta barra de chocolate e depois mais da metade desta outra barra de chocolate, ao todo você ia ter comido uma barra toda, menos que uma barra ou mais que uma barra de chocolate?

**Emerson:** – Eu acho que eu ia comer mais que uma barra todinha.

**Entrevistadora:** – Como pensou para saber que ia ser mais de uma barra?

**Emerson:** – Metade mais metade já ia dar uma barra. Só que desta barra daqui (aponta) eu ia comer mais da metade dela, tinha que passar de uma barra.

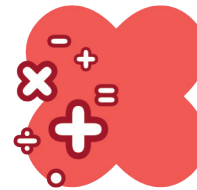
### (c) Fazer julgamentos quantitativos e inferências

A capacidade de julgar quantidades também é um indicador de sentido numérico. Alunos dos anos iniciais do ensino fundamental foram solicitados a julgar se o resultado da soma  $187 + 53$  poderia ser 200 ou não. Um deles respondeu que não, que seria mais do que 200, explicando que “Ora, de 187 para 200 falta pouco. Cinquenta e três é muito, vai passar de 200 com certeza.”. Note-se que o aluno, tomando 200 como ponto de referência, concluiu que a distância entre 187 e 200 é menor do que 53 e que, ao adicionar este número, o resultado seria maior que 200. Note-se ainda que nenhuma operação ou contagem foi feita e que o julgamento do aluno não se baseou em uma computação precisa.

Castro e Rodrigues (2009, p. 127) relatam o diálogo entre duas crianças de 4 anos ao brincar de casinha. Quando uma delas diz: “Eu sou a mãe, tenho 12 anos.”, a outra replica de imediato: “Não podes ter 12 anos. Com 12 anos não és mãe. Tens que ter 34 que é os anos que as mães têm.”. Este breve diálogo é bastante ilustrativo a respeito do julgamento que faz a segunda criança ao considerar que 12 não pode ser a idade de uma pessoa que é mãe.







Considerando a capacidade de fazer inferências sobre quantidades, Spinillo (2006) descreve uma atividade proposta em sala de aula em que a professora apresenta a seguinte situação-problema: descobrir, sem contar caroço por caroço, quantos caroços de feijão há em um saco de um quilo. Sacos de um quilo são distribuídos para cada grupo de alunos formados na sala de aula. Alguns objetos e suportes de representação foram disponibilizados para a realização da tarefa: lápis e papel, copos plásticos grandes e pequenos, potes de vidro, baldes plásticos, conchas de sopa grandes e pequenas.

Após discussão entre os alunos, um deles procedeu da seguinte maneira: encheu um copo plástico com caroços de feijão, contando quantos caroços havia naquele copo, registrando este número em uma folha de papel. Despejou o conteúdo do copo em um balde e, em seguida, encheu o copo plástico novamente com caroços de feijão de dentro do saco, despejando o conteúdo no balde. Procedeu dessa forma até esgotar todo o saco de feijão. Registrou por escrito quantos copos havia usado para esgotar todo o saco. Em seguida, multiplicou o número de caroços de feijão que cabia em um copo pelo número de copos utilizados. A inferência estabelecida por este aluno reside no fato de ter inferido a quantidade de caroços de feijão de todo o saco sem haver efetivamente contado todos os caroços de feijão do saco.

#### (d) Estabelecer relações matemáticas

Este indicador, essencial ao raciocínio matemático, está envolvido na compreensão do caráter gerativo do sistema numérico decimal, na noção de equivalência, na noção de quantidade relativa, assim como na capacidade de identificar relações entre operações.

A descoberta do caráter gerativo do sistema decimal a partir do nome dos números e de sua sequência é ilustrada no diálogo entre dois alunos na sala de aula ao trabalharem com um quadro em que havia a sequência de 1 a 100 (SPINILLO; MAGINA, 2004, pp. 14-15):

Jorge: – Olha só: é dez-e-seis, dez-e-sete, dez-e-oito, dez-e-nove (acentuando a pronúncia do conectivo e). Tem tudo dez. Ai no 20 muda e começa de novo a mesma coisa: vinte-e-um, vinte-e-dois, vinte e três (...). Ai é tudo no vinte (apontando a legenda com os números em linguagem natural). A pista é o vinte.

Luciano: – Mas antes não era assim. Era quinze, catorze, treze. Não dá prá fazer assim.

Jorge: – Ai eu não sei porque eles não fizeram dez-e-cinco, dez-e-quatro (pausa e torna a olhar o quadro). Dez-e-um ia ficar engraçado (risos). Mas no resto dá certo de novo. Olha aqui: trinta-e-um, trinta-e-dois, trinta-e-três (...). Não disse?!

A descoberta de Jorge apoiou-se na linguagem matemática, pois ao refletir sobre o nome dos números, o aluno foi capaz de decompor os números (dez-e-seis, vinte-e-dois) e descobrir o caráter gerativo do sistema numérico decimal. Uma





compreensão desta ordem tem repercussões sobre aprendizagens futuras a respeito do valor de lugar (unidade, dezena, centena) e das operações de adição e subtração.

As relações entre operações podem ser exploradas de diferentes maneiras. Tomemos as relações inversas entre adição e subtração que podem ser explicitadas através da prova real que serve tanto para conferir se o resultado de uma adição (ou de uma subtração) está correto ou não, como também para demonstrar que na adição se busca o todo (cinco rosas e seis margaridas. Quantas flores ao todo?) e na subtração se busca uma parte (onze flores, sendo seis delas margaridas. Quantas rosas?).

As relações entre adição e multiplicação podem ser discutidas a partir de adições repetidas ( $3 \times 4$  pode ser também  $4 + 4 + 4$ ). Os professores costumam orientar um aluno que sabe que  $8 \times 5$  resulta em 40, para que ele resolva a multiplicação  $8 \times 6$  simplesmente adicionando 8 a 40, a multiplicação  $8 \times 7$  adicionando 8 e mais 8 e assim por diante. Neste caso, utilizando como âncora o resultado referente a  $8 \times 5$  e associando a adição à multiplicação, é possível gerar novos fatos matemáticos a partir de fatos já conhecidos, sem que se tenha necessariamente que memorizar toda a tabuada do 8. Esta forma de raciocínio expressa uma compreensão intuitiva acerca dos números e suas relações. Isso pode ser ilustrado no diálogo entre uma criança de 7 anos e sua mãe (SPINILLO; MAGINA, 2004, p. 18):

Luana: – A tabuada do 4 eu não sei não.

Mãe: – Não sabe nadinha?

Luana: – Eu sei esse:  $4 \times 1 = 4$  (escreve).

Mãe: – Então você pode achar o  $4 \times 2$ . Quer ver como faz? Soma mais 4. A tabuada não é do 4? Vai somando de 4 em 4 em cada linha (uma linha para cada par numérico).

Luana: – Então 4, (conta nos dedos) 5, 6, 7 e 8.  $4 \times 2$  é 8 (escreve).

Mãe: – Tá vendo? Já sabe mais outro agora. Vai, aí bota mais 4 depois do 8.

Luana: – (conta nos dedos) 9, 10, 11, 12 (escreve:  $4 \times 3 = 12$ ).

Mãe: – Olha que engraçado. Este (aponta  $4 \times 3$ ) também tá na tabuada do 3. Escreve o outro que vem agora. Qual que vai ser?

Luana: –  $4 \times 4$  (escreve no papel). Posso contar agora, já?

Mãe: – Pode.

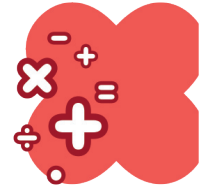
Luana: – 13, 14, 15 e 16 (conta nos dedos). Dá 16 (escreve:  $= 16$ ).

Mãe: – A tabuada do 5 vai ser a mesma coisa, só que vai somando de 5 em 5.

Luana: – Mas a tia desse jeito não vai querer. Ela quer a tabuada da multiplicação e não a tabuada da adição.

Nesse diálogo, nota-se que criança gerou informações novas a partir de informações que já conhecia, estabelecendo relações entre adição e multiplicação. Na realidade, muito também pode ser explorado a respeito da relação inversa entre a multiplicação e a divisão quando se leva o aluno a compreender, por exemplo, que um conjunto de 4 grupos de 3 objetos pode ser representado pela multiplicação ( $4 \times 3 = 12$ ) ou pela divisão ( $12 : 4 = 3$ ); ou que esta mesma quantidade de objetos





pode ser dividida em 3 grupos de 4 objetos, podendo agora ser representada por outra multiplicação ( $3 \times 4 = 12$ ) ou por outra divisão ( $12 : 3 = 4$ ). Situações como essas contribuem para a compreensão das relações entre as diferentes operações.

Na realidade, como comenta Cebola (2002), as relações entre as operações expressam diferentes formas de pensar e resolver problemas aritméticos. A autora afirma que o problema “Quantas rodas tem em 8 triciclos?” pode ser resolvido por contagem de cada roda em cada um dos oito triciclos, por adição repetida ( $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$ ), por formação de quatro grupos de dois triciclos ( $6 + 6 + 6 + 6$ ) ou pela multiplicação ( $8 \times 3$ ). Cada uma dessas formas de resolução expressa diferentes formas de raciocinar e diferentes níveis de conhecimento sobre as operações aritméticas.

Outra relação que nem sempre é óbvia é aquela entre fração e divisão que pode ser ilustrada com o seguinte problema: Em um restaurante, na mesa 1 e na mesa 2 foram servidas pizzas do mesmo tamanho. Na mesa 1 havia quatro pessoas e na mesa 2 havia seis. O garçom partia a pizza de acordo com o número de pessoas em cada mesa. Em que mesa a fatia de pizza vai ser maior: na mesa 1 ou na mesa 2? Diante desse problema, uma criança respondeu que: “É na mesa 1 porque tem menos pessoas para comer, aí o pedaço ficou maior.”. Note-se que, intuitivamente, a criança demonstrou compreender as relações inversas entre o tamanho da parte e o número de partes em que o todo foi dividido, princípio este fundamental ao conceito de divisão e de fração.

Estabelecer relações entre números está subjacente à compreensão da equivalência entre quantidades. Uma das primeiras noções de equivalência que pode ser explorada é a compreensão de que dois copos pequenos com água equivalem a um copo grande com água, ou que uma moeda de um real equivale a duas moedas de 50 centavos ou a quatro moedas de 25 centavos. Situações simples como essas ilustram as relações que precisam ser compreendidas para que o aluno desenvolva um sentido numérico que se aplica a vários conteúdos matemáticos.

### **(e) Usar e reconhecer que um instrumento ou um suporte de representação pode ser mais útil ou apropriado que outro**

A capacidade de transitar entre diferentes sistemas e suportes de representação, assim como a capacidade de utilizar apropriadamente os instrumentos culturais disponíveis na sociedade, também são indicadores de sentido numérico. Assim, a escolha de instrumentos apropriados surge como relevante para o funcionamento do indivíduo em diferentes ocasiões, como ilustrado na passagem a seguir em que se pergunta a uma criança – salvo menção em contrário, todos os diálogos neste caderno foram extraídos do texto de Spinillo (2006):

Problema: Qual a melhor forma de resolver a conta  $10.893 + 5.789$ :

- (a) contar nos dedos,
- (b) fazer com lápis e papel ou





(c) usar a calculadora?

Criança: – Fazer com a calculadora.

Examinadora: – Por quê?

Criança: – Porque os números são muito grandes, não dá para contar nos dedos.

Examinadora: – E por que não pode com lápis e papel?

Criança: – Poder pode, mas a gente pode errar na hora de contar número grande. O melhor é a calculadora.

Examinadora: – E por que você acha que contar nos dedos não é melhor?

Criança: – Nos dedos não vai dar porque é pouco dedo para contar mais de mil.

Examinadora: – Qual a melhor forma de resolver essa outra conta  $2 + 3$ :

- (a) contar nos dedos,
- (b) fazer com lápis e papel
- (c) usar a calculadora?

Criança: – Nos dedos. É bem rapidinho, assim: dois, três, quatro e cinco. Pronto, já fiz.

Examinadora: – E por que não é melhor com a calculadora?

Criança: – Pode com a calculadora, mas não precisa, o número é pequeno. Os dedos resolvem a conta direto. Quando pode com os dedos é o melhor. Melhor do que armar a conta no caderno.

Nesse diálogo, observa-se que a criança reconhece qual instrumento ou suporte de representação é mais apropriado que outro para resolver uma dada situação, estabelecendo uma relação entre o tamanho dos números com os quais opera e os suportes de representação sugeridos (calculadora, lápis e papel, dedos), de modo que operações com números grandes são mais facilmente resolvidas com a calculadora, enquanto operações com números pequenos podem ser facilmente resolvidas com o uso dos dedos.

O mesmo pode ser observado em relação a situações de medição, como mostra o diálogo a seguir:

Problema: Qual a melhor forma de medir o comprimento de uma sala:

- (a) usar uma régua;
- (b) usar palmos ou
- (c) usar uma fita métrica?

Criança: – Fita métrica.

Examinadora: – Por que é melhor?

Criança: – Porque a fita mede coisas grandes e que estão longe.

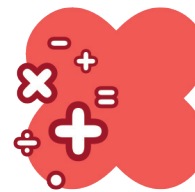
Examinadora: – Mas não podia usar a régua não?

Criança: – Poder pode, mas vai dar muito trabalho por causa que a régua é muito curta para isso.

Examinadora: – Qual a melhor forma de medir o tamanho de uma folha de papel:

- (a) usar palmos;
- (b) usar uma régua ou
- (c) usar uma fita métrica ?





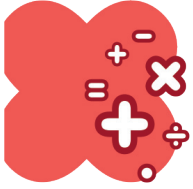
Criança: – O palmo ou a régua. Os dois era bom.

Examinadora: – Por quê?

Criança: – Porque a régua e a mão dava bem. Não serve a fita métrica porque ela é muito maior que a folha de papel. Ela é boa para coisas compridas, e a folha de papel é pequena. Com a régua é o melhor de todos porque a gente pode ver os pontinhos com os números (refere-se aos centímetros e milímetros) e no palmo não tem pontinhos. O palmo a gente só usa se não tiver régua na hora que vai medir.

O sentido numérico é aqui expresso através da relação estabelecida entre o tamanho do objeto a ser medido (sala ou folha de papel) e o instrumento a ser utilizado para realizar a medição de uma dada grandeza. Segundo a criança entrevistada, medir o comprimento de objetos grandes é melhor com a fita métrica, enquanto palmo e régua são mais apropriados para medir o tamanho de objetos pequenos. A criança também compreende que a régua permite medições mais precisas do que o palmo. Em ambas as entrevistas, as crianças manifestam uma boa intuição acerca da relação entre o tamanho do objeto e o instrumento a ser utilizado para medir seu comprimento.

Importante ressaltar que os indicadores acima mencionados não se manifestam isoladamente, mas de forma combinada e articulada. Na realidade, diversos indicadores podem estar presentes na resolução de uma mesma situação, assim como um mesmo indicador pode estar presente em várias situações.



30

## PARA QUE SERVE A MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DAS CRIANÇAS

Alina Galvão Spinillo

Difícilmente perguntamos aos nossos alunos o que eles entendem por matemática, que significado atribuem aos números ou mesmo para que serve a matemática. Para explorar a perspectiva das crianças sobre essas questões, perguntamos a alunos do 1º ao 3º ano do ensino fundamental o significado que atribuíam aos números e as funções que atribuíam à contagem, às operações aritméticas e às medidas, como discutido a seguir.

### Os números e seus significados

Quais os significados que um número pode ter? O número 4, por exemplo, pode ser a idade de uma pessoa, a quantidade de ovos em uma receita de bolo, o número de uma casa, o peso de um saco de batatas, etc. No entanto, não aceitamos a ideia de que o número 4 seja o número do telefone de uma pessoa ou o número da placa de um carro.

Os significados que atribuímos aos números estão intimamente relacionados aos seus usos sociais e às experiências que temos com a matemática em nosso cotidiano, como ilustrado no diálogo em que uma das crianças apontava a impossibilidade de uma mãe ter 12 anos. Essa diversidade de experiências leva a criança a atribuir diferentes significados aos números, como pode ser verificado no diálogo a seguir:

Examinadora: – E o número 5900? Você acha que esse número é: a quantidade de dinheiro que uma pessoa tem no banco, o número de um telefone ou a quantidade de ovos para uma pessoa fazer um bolo?

Criança: – Só pode ser quantidade de dinheiro. É muito dinheiro.

Examinadora: – Por que não pode ser o número de um telefone?

Criança: – Porque número de telefone não começa assim, começa com 3. E também a gente não diz o número do telefone assim, todo de vez.

Examinadora: – A gente diz como?

Criança: – Diz em partes. Diz dois ou três números primeiro e depois diz outros dois números e assim vai.

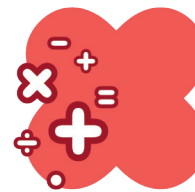
Examinadora: – Número 3. Você acha que esse número é o número de gols em uma partida de futebol, o número de uma placa de carro, ou o número de pessoas numa festa de aniversário?

Criança: – É número de gols. Um dia foi 3 a 1 pro Náutico<sup>2</sup>.

Examinadora: – Por que não pode ser o número da placa de um carro?

<sup>2</sup> Time de futebol em Recife, PE.





Criança: – Porque um número só é pouco. Placa tem uns quatro ou cinco números. E tem letra também. O carro do meu pai tem os dois, mas eu não sei decorado.

Examinadora: – Por que não pode ser o número de pessoas numa festa de aniversário?

Criança: – Porque festa tem mais gente. Três pessoas é muito pouco, é só pai a mãe e o menino, aí não é festa.

É evidente que a criança entrevistada possui um sentido de número, demonstrando conhecimentos acerca dos possíveis significados que um número pode ter no cotidiano. Qual a relevância que a escola confere a este conhecimento? Como aproveitar este conhecimento na sala de aula?

### Para que serve a matemática

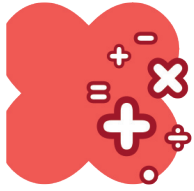
Para que servem os números e as operações? Para que serve medir?

As respostas obtidas quando fizemos estas questões para as crianças indicam que diferentes funções são atribuídas à matemática: (1) funções mais imediatas como aquelas voltadas para a realização de atividades escolares e atividades do cotidiano extraescolar; (2) funções relacionadas à obtenção de ganhos futuros como conseguir uma ocupação profissional e (3) funções voltadas para ganhos de natureza intelectual, voltadas para o desenvolvimento de habilidades. O quadro a seguir agrupa as respostas em quatro tipos.

Exemplos de respostas dos alunos.

Para que serve contar?	Para que serve fazer continhas?	Para que serve medir?
<b>Resposta relativa ao cumprimento de atividades escolares</b>		
Para estudar. Para fazer a tarefa. Para fazer a prova. Para passar de ano.	Para aprender o que está no quadro, no caderno, no livro.	Porque se a professora perguntar a pessoa já sabe o tamanho da coisa.
<b>Resposta relativa a atividades realizadas no cotidiano extraescolar</b>		
Para ver quantos tem. Para saber quantas coisas vieram. Em um pacote de biscoito, por exemplo. Para não ser enganado no troco.	Para comprar alguma coisa. Para saber quanto dá, para contar dinheiro, para a conta de luz e de água.	Para fazer uma construção. Para medir a pessoa. Para saber o tamanho de um armário e ver se dá para ele entrar na casa.





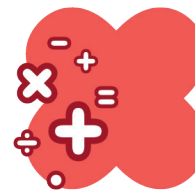
<b>Resposta relativa à possibilidade de alcançar ou obter ganhos futuros</b>		
Para começar a trabalhar logo. Para trabalhar a gente precisa contar, precisa ter muito ensino.	Para quando crescer poder arrumar emprego.	Porque quando eu crescer, quero ser costureira, ai tinha que medir logo, o tamanho. Para ser alguém na vida. Pra ficar trabalhando, pra medir e depois trabalhar. Para pessoa ser um bom gesseiro, ser um bom construtor, medidor.
<b>Resposta relativa ao desenvolvimento de habilidades intelectuais</b>		
Para ficar sabido. Para ficar inteligente. Para eu saber das coisas.	Porque se a gente não aprender a fazer conta a gente fica burro. Pra ficar mais inteligente e pra saber muito.	Para aprender as coisas. Para saber melhor.

De fato, a matemática pode cumprir todas essas funções e as crianças percebem isso desde cedo. Mas, qual a relevância que a escola confere a essas concepções infantis? Como trabalhar essas noções na sala de aula? Essas são perguntas que desafiam os educadores, pois demandam uma postura e uma ação didática diferente daquela usualmente adotada ao se ensinar matemática.

Nas situações de sala de aula, parece que demonstramos pouco interesse acerca das ideias das crianças a respeito da matemática e, assim, perdemos uma ótima oportunidade de conhecer o modo de pensar de nossos alunos e iniciar as situações de instrução partindo das noções que eles já trazem antes mesmo de serem formalmente ensinados no contexto escolar.







## O NÚMERO: COMPREENDENDO AS PRIMEIRAS NOÇÕES

Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes  
Liane Teresinha Wendling Roos  
Regina Ehlers Bathelt

*Para que servem os números para você hoje?*

*Inicie considerando o ambiente no qual você vive (sua cidade, seu bairro, sua casa, as comunidades das quais eventualmente participa, suas finalidades e tradições). Procure números nesses espaços culturais e suas utilidades. Considere, em particular, as pessoas com quem você mais convive diariamente, seus hábitos e tarefas. Considere de modo amplo toda essa paisagem natural, social e material do lugar onde você vive. Procure práticas sociais que se produzem ali. Algumas são tão corriqueiras que você nem se lembra de perguntar, pois se tornaram rotineiras. Talvez seja produtivo começar por imaginar os diferentes cenários pelos quais você se move diariamente.*

*Discuta com seus pares a utilidade que os números têm para cada um de vocês. Compartilhem o que conhecem sobre atividades ou práticas sociais no contexto de experiências em suas comunidades. Busquem responder: por que e para que precisam conhecer números considerando as comunidades em que vivem? Tendo em vista o seu modo de vida e o das pessoas com quem você convive, identifique para que lhes serve conhecer números. Enfim, o que você pensa que mudaria no seu modo de vida e de sua comunidade hoje, caso você esquecesse o que é número ou não soubesse o que é número?*

Incentivar os alunos a falar, a escrever e a contextualizar sobre o número no seu cotidiano é uma de nossas tarefas como alfabetizadores. Isso exige clareza e objetividade para iniciar nosso trabalho pedagógico com atividades que permitam identificar aquilo que a criança já sabe. E isso varia de uma criança para outra, conforme suas vivências e experiências, seja no ambiente da família, da comunidade ou da escola. Precisamos reconhecer, como educadores e alfabetizadores, que nossas salas de aula constituem-se de crianças com diferentes vivências e experiências. Algumas, desde muito cedo, convivem diariamente com situações favoráveis a um contato informal com quantidades e símbolos numéricos.

**O que podemos entender por  
“contato informal da criança com o número”?**





A partir do momento que a criança começa a manusear, por exemplo, o controle remoto de uma televisão ou um celular, ela visualiza o registro dos algarismos de zero a nove (símbolos numéricos) sobre eles. Brincando, ela aperta suas teclas. Desse modo, acaba por associar um algarismo, ou uma composição deles, com a função que as teclas desempenham nesse dispositivo (troca de canal ou fazer uma ligação). Ainda, quando a criança diz, por exemplo, o número da camiseta do seu jogador de futebol preferido, a sua idade, o seu peso, o número do seu calçado, o preço de um produto da mercearia ou do supermercado, o valor da passagem do ônibus e até mesmo quando enuncia sequências numéricas diversas, ela já estabelece contato com números, mesmo que seja de modo informal.

Embora a criança já tenha essa vivência que lhe permite uma maior aproximação com o número, é na escola que ela começa a apropriar-se do conceito de número de modo formal e sistemático. No ambiente escolar, na interação da criança com diferentes sujeitos, o professor terá inúmeras oportunidades de criar situações desafiadoras que a auxiliarão nesse processo. Para Carraher, Carraher e Schliemann (1991), quando a experiência diária é combinada com a experiência escolar é que os melhores resultados são obtidos. Essa construção, resultante das relações que a criança estabelece a partir do seu contato com o mundo, nas suas relações sociais, quando incentivada pelo professor, contribui para o seu processo de alfabetização matemática.

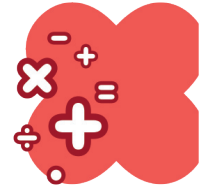
A alfabetização matemática é o processo de organização dos saberes que a criança traz de suas vivências anteriores ao ingresso no Ciclo de Alfabetização, de forma a levá-la a construir um corpo de conhecimentos matemáticos articulados, que potencializem sua atuação na vida cidadã. Esse é um longo processo que deverá, posteriormente, permitir ao sujeito utilizar as ideias matemáticas para compreender o mundo no qual vive e instrumentalizá-lo para resolver as situações desafiadoras que encontrará em sua vida na sociedade. (BRASIL, 2012, p. 60).

***Como identificar o que as crianças já sabem sobre os números, entendendo que eles estão em todo lugar e que elas convivem com os números diariamente?***

A criança vai produzindo a noção de número a partir de processos de contagem vivenciados em diferentes situações. Porém, não podemos confundir a capacidade que as crianças têm de reproduzir oralmente os nomes dos números na sequência correta da contagem oral com a compreensão e o domínio do processo da contagem propriamente dito.

É fundamental conhecer e considerar as noções que as crianças já trazem sobre número, sobre contagem para, a partir disso, selecionar e organizar atividades pedagógicas, como brincadeiras, jogos em grupo, desafios, gincanas, cantigas





de rodas, que vão privilegiando a gradativa compreensão dessas noções. Desse modo, quanto mais diversificadas forem as situações de contagem que o professor oportuniza aos alunos, mais produtivo será o seu processo de aprendizagem.

Costumeiramente, a criança pratica a contagem de rotina, dizendo os nomes dos números em sequência: um, dois, três, etc., em um processo que chamamos de contagem mecânica. Grupos de crianças brincando de esconde-esconde retratam essa situação quando uma delas conta mecanicamente, para controlar o tempo, enquanto as outras escondem-se. Isso não garante que a criança que recita essa sequência tenha se apropriado de todos os aspectos que envolvem a aprendizagem do número. Embora seja comum que, aos seis anos, os alunos já dominem a contagem oral, é importante que o professor perceba a extensão desse domínio para que, a partir disso, possa organizar e planejar suas ações de ensino.

## As crianças e os números: da oralidade à escrita

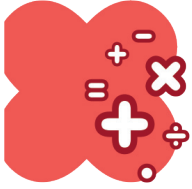
*É fundamental oferecer aos nossos alunos, em processo de alfabetização, experiências diversificadas para que possamos compreender as noções iniciais que eles possuem sobre números e, assim, expandi-las. Uma professora usou a roda de conversa para falar sobre números com seus alunos. Sentados em círculo, eles foram estimulados a pensar sobre os números que cada um conhecia e onde estes poderiam ser encontrados no dia a dia: em casa, nas ruas, na escola. Cada aluno foi solicitado a dizer um número em voz alta para os colegas e registrá-lo no quadro (lousa) da maneira que desejasse, justificando por que escolheu aquele número e aquela forma de representá-lo. A intenção da professora era entender qual o sentido e uso que os alunos davam aos números e analisar a relação do número citado com a forma de registrá-lo no quadro.*

Uma característica da contagem é a enunciação de palavras, nomes dos números, numa determinada sequência fixa, a começar por “um”. Comumente, quando crianças recitam mecanicamente a sequência dos números ou quando brincam de esconde-esconde, por exemplo, elas iniciam a contagem a partir do um.

Recitar a sequência numérica não é a mesma coisa que saber contar com compreensão elementos de um conjunto. De fato, Mandarinó (2010, p. 98) afirma:

Você já observou crianças pequenas contando? Ao contarem uma coleção de objetos, elas “recitam” números, muitas vezes, “saltando” alguns e repetindo outros. Se os objetos estão espalhados, elas costumam contar alguns mais de uma vez e deixam de contar outros. Além disso, nem sempre é claro quando devem parar de contar.





Da mesma forma, fazer o processo de contagem dos elementos de um conjunto oralmente, em que a criança vai indicando com o dedo os elementos à medida que os vai contando não, necessariamente, indica a mesma compreensão de contagem de um processo em que se usa um “contador” como auxiliar de contagem. Isso pode ser percebido na situação descrita a seguir.



## TIAGO E A JOANINHA



Arquivo dos autores

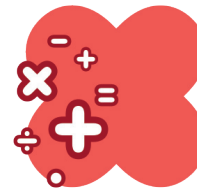
*Tiago ficou surpreso ao ver uma joaninha diferente. Ela era grande e suas pintas não eram pretas, eram sulcos (buraquinhos) de forma arredondada. Imediatamente, Tiago iniciou a contagem das pintas, indicando, com o dedo, cada pinta que ia contando. Contou: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove. A professora questionou: Tem mesmo nove pintas? Tiago repetiu a contagem e, novamente contou: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete. Novamente a professora entrevistou dizendo: e se a gente pegasse uma forminha de docinho e fosse colocando em cada pinta da joaninha que você contar?*

*Tiago, então, foi colocando uma a uma as forminhas em cada buraquinho enquanto contava: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito pintas.*

*Então, ele disse: – Hum, então a joaninha tem oito pintas!*

Em se tratando da alfabetização matemática, essa é uma situação que ocorre frequentemente em nossa sala de aula e mostra que, inicialmente, nem sempre a criança percebe a relação entre cada elemento da contagem e o número de objetos a que ele se refere.





Posteriormente, ao ser instigado sobre o que seria "oito", Tiago apontou para a última pinta que havia contado.

Isso nos leva a refletir sobre a importância de compreendermos as percepções e os conhecimentos que a criança possui sobre a correspondência entre quantidade e número a partir de atividades instigadoras e desafiadoras.

Que dinâmicas você proporia, a partir das situação anterior, para dar oportunidade aos seus alunos de fazerem comparações para determinar onde há mais, onde há menos ou tantos quantos?



A descoberta é inerente à criança, mas, para descobrir o novo, ela precisa ter curiosidade, mexer, experimentar e tocar. O reconhecimento de que ela é capaz de perceber e aprender, faz com que tenha segurança e amplie o aprendido para outras situações. Na situação apresentada anteriormente, a criança demonstrou satisfação ao perceber a quantidade de pintas da joaninha quando foi estimulada a experimentar uma forma de contagem que lhe deu mais segurança.

***Como levar o aluno a perceber a relação entre cada elemento da contagem e a quantidade de objetos que ela significa?***

Para perceber as noções iniciais que o aluno tem sobre quantidade e sua respectiva representação, não basta analisar o domínio dos alunos sobre sequências e regularidades numéricas por estratégias de avaliação visual ou oral sobre quantidades. Também é fundamental instigá-los a levantar e testar hipóteses a respeito da quantidade de objetos que foram citados, referidos ou separados ao manipular com eles.

Levar os alunos a perceberem a relação entre cada um dos nomes dos números durante sua enunciação oral durante a contagem (um, dois, três, quatro...) e a quantidade de objetos que estes nomes representam (uma bolinha, duas bolinhas, três bolinhas...) requer que os alunos sejam capazes de coordenar a ordem em que cada nome comparece na sequência numérica com a compreensão de que a quantidade que cada um representa, necessariamente, inclui-se na próxima quantidade dessa sequência.





É importante e necessário agregar a manipulação de materiais ao registro para representar o que foi manipulado anteriormente, de modo que a criança chegue à formalização matemática, pois ela aprende através do corpo e pelos cinco sentidos, a partir das relações que estabelece com o meio. Assim,

[...] qualquer material pode servir para apresentar situações nas quais os alunos enfrentam: relações entre os objetos que poderão fazê-los refletir, conjecturar, formular soluções, fazer novas perguntas, descobrir estruturas.

Entretanto, os conceitos matemáticos que eles devem construir, com a ajuda do professor, não estão em nenhum dos materiais de forma que possam ser abstraídos deles empiricamente. Os conceitos serão formados pela ação interiorizada do aluno, pelo significado que dão às suas ações, às formulações que enunciam, às verificações que realizam (PASSOS, 2006, p. 81).



## A CENTOPEIA

Atividade desenvolvida pela professora Naíse Pereira Cardoso, da Escola Estadual de Ensino Médio Santa Marta (Santa Maria – RS), com a colaboração das acadêmicas Andressa Wiedenhoft Marafiga e Gabriela Fontana Gabbi, do Projeto Clube de Matemática/GEPEMat/UFSM/Obeduc-CAPES.

Inicialmente, a professora Naíse organizou as crianças em círculo, sentadas em suas cadeiras, para ouvir a história "A centopeia que sonhava" (disponível em [portaldoprofessor.mec.gov.br](http://portaldoprofessor.mec.gov.br)), contada com o auxílio de um fantoche, nomeado pela turma por Natália. As crianças ouviram a história atentamente, interagindo a todo o momento com suas ideias e opiniões. Após, foi distribuída a cada criança uma "parte da centopeia", ou seja, um círculo onde estava indicado um número.

Arquivo dos autores

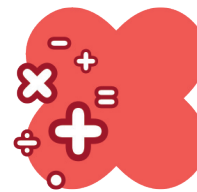


Arquivo dos autores



Arquivo dos autores





Quando entregamos as partes da centopeia, fizemos alguns questionamentos:

– *O que será que podemos fazer com essas peças?*

Alguns logo responderam: podemos formar a centopeia. Mas esta percepção não foi geral, pois uma das meninas falou "agora entendi porque deram isto para nós".

– *O que está colado nas partes da centopeia?*

Todos responderam que tinha números.

– *E que números são esses? São todos iguais?*

Responderam que cada um tinha um número e alguns falaram qual era o seu número.

– *O que cada um poderia nos falar sobre o número que tem?*

Ficamos surpresas com as respostas apresentadas e, assim, conforme iam falando, íamos dialogando com eles. Foi um diálogo muito interessante. A seguir foram convidados a montar a centopeia no chão da sala de aula. A professora iniciou colocando a cabeça e solicitou que cada um fosse colocando o número conforme a centopeia numérica que conhecia.

Na sua sala de aula, com seus alunos, você poderia explorar algumas noções numéricas a partir da dinâmica da centopeia?



As maneiras de representação que os alunos criam ao lidar com uma atividade prática demonstrarão seus modos de pensar e suas formas de organização. Entender as representações individuais dos alunos e o grau de organização e de compreensão que eles possuem, deve ser o ponto de partida da atividade que está se propondo.



## A FAZENDINHA

Atividade desenvolvida pela professora: Cácia da Silva Cortes, da Escola Estadual de Educação Básica Prof<sup>a</sup> Margarida Lopes (Santa Maria – RS), com a colaboração das acadêmicas Jucilene Hundertmarck e Simone Pozebon, do projeto Clube de Matemática/GEPEMat/UFSM/Obeduc-CAPES.

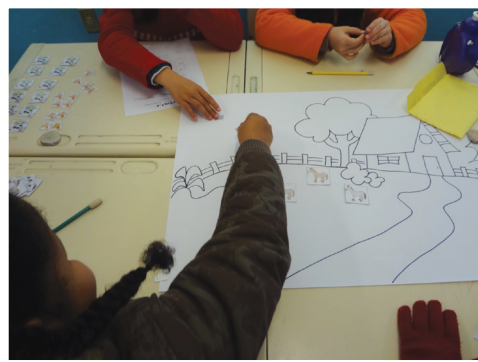
A atividade seguinte foi desenvolvida pela professora Cácia e realizada com o objetivo de compreender como as crianças percebem a relação entre a quantidade e





o símbolo que representa essa quantidade. Para isso, a turma foi dividida em grupos. Cada grupo recebeu um tabuleiro (desenho de uma fazendinha), um quadro de registro, um envelope contendo diferentes animais e dois dados, um com figuras de diferentes animais em cada face e outro com símbolos de 1 a 6 e um quadro resumo de cartolina afixado na lousa.

Arquivo dos autores



Arquivo dos autores



Arquivo dos autores

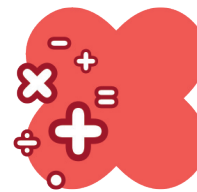
Antes de iniciar o jogo, as crianças identificaram os tipos de animais que havia nas cartelas que estavam dentro dos envelopes. Com base nisso, foi feita uma discussão no grande grupo sobre as características desses animais e a importância deles na vida das pessoas.

A seguir, cada criança iniciou jogando os dois dados simultaneamente. Por exemplo, se o dado de números indicou "2" e o dos animais indicou "pássaro" significava que poderia pegar duas cartelas de pássaro e colocar no tabuleiro da fazenda. À medida que iam colocando as cartelas dos animais indicados nos dados, faziam o respectivo registro no quadro de registro que cada uma recebeu. Em consenso, cada grupo escolheu o símbolo que usaria para registrar a quantidade de cada animal indicado no dado.

Após, para socializar a atividade no grande grupo, um representante de cada um deles ia à lousa para preencher o quadro final que indicava a quantidade total de cada



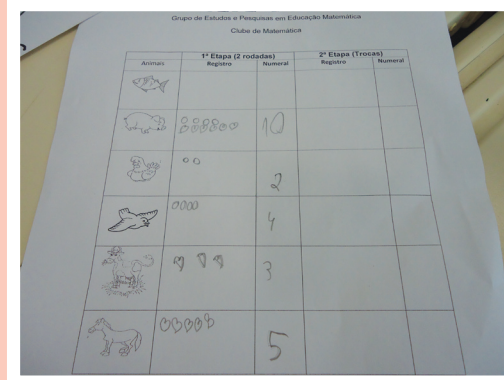




animal. A partir dessa atividade, discutiram as diferentes formas usadas para fazer os registros e, também, questões do tipo:

– Qual animal está representado em maior quantidade? E em menor quantidade?

Arquivo dos autores



Arquivo dos autores

– A quantidade de peixes é maior, menor ou igual a quantidade de vacas?

– O que você sabe sobre o cavalo? Sobre o peixe?

Essa atividade possibilita à criança, além da manipulação do material concreto, fazer os registros e representar cada momento da atividade que está sendo desenvolvida. Também oferece oportunidade para que a criança socialize fatos e resultados com os colegas. Haveria outras ações que poderiam ser desenvolvidas com seus alunos a partir dessa atividade?





42

QUANTIFICAÇÃO,  
REGISTROS E AGRUPAMENTOS

## NÚMERO: DE QUALIDADES A QUANTIDADES

Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes

Liane Teresinha Wendling Roos

Regina Ehlers Bathelt

Como humanos, somos capazes de perceber qualidades nos seres e objetos do meio ambiente – natural e artificial – em que vivemos. As qualidades dos seres e objetos que nos rodeiam são suas características, tudo aquilo que lhes é próprio, suas propriedades ou atributos. Ao comparar seres ou objetos em relação a seus atributos, podemos classificá-los.

Conhecer envolve, também, classificar as coisas do mundo, agrupando-as em classes ou categorias, segundo atributos ou critérios comuns que estabelecemos. Diariamente, produzimos pensamento simbólico e/ou classificatório quando, por exemplo, arrumamos as coisas no lugar em que moramos: gavetas de armário, meias de um lado, cintos noutra, calças aqui, camisetas ali. A classificação nos ajuda a organizar as coisas.

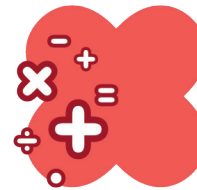
Quando nomeamos seres ou objetos do nosso ambiente natural e social, formamos classes e classificamos as coisas. Animais, por exemplo, podem ser peixes, aves, répteis, anfíbios ou mamíferos. A palavra “animal” é uma etiqueta que nomeia essa classe de seres. Cada um desses seres agrupa-se aos demais por compartilhar com eles características ou atributos comuns: são seres vivos.

Uma classe pode incluir outras ou ser incluída em outras maiores ou mais gerais que ela. Essa inclusão pode se dar em parte ou no todo da classe. “Ave”, por exemplo, é um “Animal”. Na classe “Ave”, agrupamos animais que têm certas características: bico, penas, asas, etc. “Ave” é uma subclasse da classe “animal”. Por sua vez, galinha, pato e ganso são subclasses de “Ave”. Cada uma dessas subclasses constitui-se de seres que têm suas próprias características comuns. Esses seres diferem, por exemplo, pela forma e tamanho de seus bicos e podem reagrupar-se em novas classes se o critério for “aves que nadam” e “aves que não nadam”.

Vamos aprendendo, assim, a respeito dos seres e das coisas à nossa volta: comparando-os em relação às características comuns, percebendo e descrevendo-as, classificando os seres e estabelecendo classes e subclasses.

Ao oferecermos aos alunos, no ciclo de alfabetização, oportunidades de classificar, por atributos comuns, seres ou objetos do meio que eles ainda não





conhecem bem, dirigimos os rumos do desenvolvimento da turma interferindo, com clareza e intenção, no processo de aprendizagem deles.

Em sala de aula, por meio de atividades que requerem ações de classificação, os alunos podem ampliar seu vocabulário, interagindo com outros para falar e comunicar-se sobre as coisas do mundo que as palavras ajudam a designar. Os aprendizes podem rever primeiras impressões sobre esses seres ou objetos, suas ideias particulares, opiniões, concepções. Levantar hipóteses e testá-las.

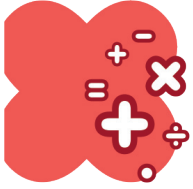
Classificar as coisas, por meio de jogos e brincadeiras e decidir onde agir, segundo regras pré-estabelecidas, está presente na vida dos alunos e produz condições para que interajam e resolvam problemas, no sentido de tomarem decisões a respeito da formação de agrupamentos. Classificar é um importante ato de significação pelo qual os alunos podem compreender e organizar o mundo à sua volta.

A partir da infância por processos informais de aprendizagem, fora da escola, em nosso espaço histórico, social e cultural, vamos, por experimentação, aprendendo sobre características ou qualidades dos objetos na medida em que interagimos em nosso meio. Quando, por fim, chegamos à escola, trazemos conosco um razoável e variado repertório de experiências sobre as características das “coisas do mundo”, embora nem sempre já saibamos nomeá-las, dizer o que são, como são e a que servem.

Também é importante oferecer na escola oportunidades aos alunos para inventar regras dispondo, em sequência, de seres, objetos ou outras coisas. Durante o ciclo de alfabetização, progressivamente, os alunos entrarão em contato com diferentes sequências. Uma sequência importante que será construída nesse ciclo, a partir da contagem de objetos em coleções ou conjuntos, é a que constitui a sequência dos números naturais. Nessa sequência numérica (1, 2, 3, 4 ..., 15, ...), a regra fundamental que surge é a do “**mais um**”. Assim, a partir do zero, cada número dessa sequência é obtido pela adição de **uma unidade**. Assim: zero **mais um** resulta um; um **mais um** resulta dois; dois **mais um** resulta três e assim acontece indefinidamente, construindo-se toda a sequência. A sequência dos números naturais recorre ao termo anterior para obter o próximo termo.

*É importante sublinhar aqui, que, historicamente, os números naturais surgiram da necessidade da contagem. O zero foi o último algarismo a ser inventado a partir da necessidade de registro escrito de quantidades em sistemas de numeração posicionais. A criação da regra de que a estrutura ordenada dos naturais inicia pelo zero é relativamente recente (CARAÇA, 1984).*





Brincadeiras e jogos nos quais um aluno sai da sala enquanto a turma se organiza em círculo, segundo uma regra de formação, e que quando retornar a sala, o aluno que saiu deverá descobrir, são divertidas. Por exemplo: um aluno usa óculos, o seguinte não, e assim por diante; ou um aluno em pé, um sentado, e assim por diante.

Na formação e no entendimento do número como abstração simbólica da experiência com quantidades de objetos que formam as coleções, a compreensão e o estabelecimento de uma relação de ordem entre essas quantidades é fundamental.



## UMA COLEÇÃO DE LÁPIS DE DESENHO

Naquele dia, a turma já havia realizado atividades nas quais precisava classificar seus materiais de contagem, entre os quais os lápis de desenho. A professora pediu ao grupo que escolhesse uma coleção de lápis da cor que mais gostasse. Jade escolheu os verde-escuros. Era uma grande coleção. Então, a professora solicitou que eles observassem-nos com cuidado e que decidissem o que fazer para colocá-los em uma sequência, por exemplo, em ordem de tamanho, do menor ao maior. Imediatamente, iniciou-se uma grande discussão e cooperação no grupo. A primeira coisa que decidiram foi por onde começar.

Tiago: – *Esse lápis é o maioral de todos!* (mostrando o maior deles).

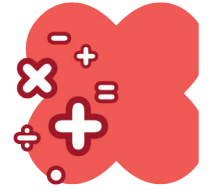
Jade: – *Esse é o mais pequenininho. É o primeiro!*

Professora: – *E agora, qual o próximo da sequência?*



Arquivo dos autores





Seguiu-se uma série de diálogos que pôs em destaque o uso e o domínio de um expressivo vocabulário relativo aos aspectos perceptíveis dos lápis que estavam sobre a mesa, como tamanhos relacionados a comprimentos. Foi se demonstrando o domínio dos alunos no emprego de expressões como: maior que, menor que, pequeno, médio, grande, mais grandinho que e mais pequenininho que. Outras expressões demonstravam o entendimento dos alunos sobre conceitos relativos à posição do lápis na sequência (ordenação): antes que, no meio, entre, depois de, primeiro e último também foram empregados.

O grupo foi discutindo, na medida em que comparava dois a dois, os tamanhos dos lápis. Partindo do menor deles, a discussão travava-se em decidir qual seria o próximo lápis: coordenavam a comparação entre os comprimentos de dois lápis (um já situado na sequência e o seguinte), considerando que este deveria ser maior que o anterior, mas menor que o próximo depois dele.

Que outros objetos poderíamos utilizar, de modo que os alunos pudessem colocá-los em sequência do menor ao maior, comparando-os em relação a alguma outra característica que lhes fosse comum e não somente o comprimento?

Haveria outras possibilidades de critério de comparação quando pensamos em termos de tamanho dos objetos?



Após ordenar os objetos, os alunos poderiam ainda ser solicitados a contá-los: “Quantos lápis há nessa coleção?”. O número que responde a pergunta “quantos” é chamado número cardinal. Para compreendê-lo, as crianças precisam dominar os princípios da contagem. Conforme vimos, esses princípios dizem respeito a compreender vários nexos conceituais, como correspondência um a um, agrupamento, representação etc., durante o processo de contar. Assim, o domínio da contagem depende de que os alunos compreendam que, independente das qualidades dos objetos que compõem a coleção (borboletas, botões, pessoas, etc.), o processo de contagem ocorre segundo esses princípios.

Por fim, a cardinalidade da coleção só muda se acrescentarmos ou retirarmos objetos dela. Caso contrário, o número cardinal resultante de sua contagem não muda, mesmo que comecemos a contar de novo por outro objeto.

Essa compreensão é condição para que as crianças possam estabelecer relações de ordem e de inclusão entre as quantidades que caracterizam as coleções. Quando



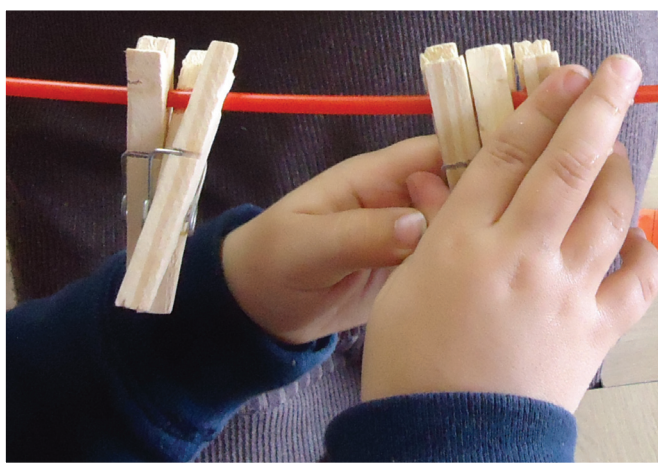


propomos a elas que explicitem e questionem como estão entendendo este tipo de contagem, estamos convidando-as a ter “o primeiro contato com a noção de infinito” (CARAÇA, 1984, p. 10). Isso lhes garantirá compreender o sentido da contagem: quando dizemos um, dois, três, ..., cinco, devemos compreender que um está incluído no dois, o dois está incluído no três, o três no quatro e o quatro no cinco e, assim, sucessivamente, até onde quisermos. Quando dizemos cinco, dizemos todas as unidades que o compõem.



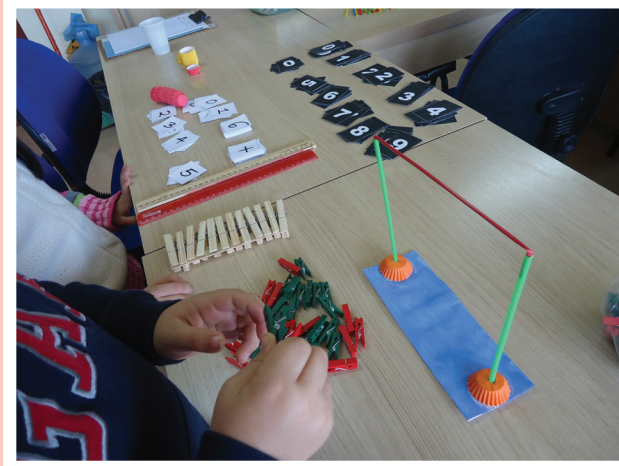
### O VARAL<sup>3</sup>

Arquivo dos autores



A professora havia organizado o ambiente com certos recursos didáticos para verificar o domínio das crianças sobre a contagem de objetos de uma coleção. Além do domínio da ordem de contagem, pretendia verificar sobre o significado do resultado da contagem para elas: será que já compreendiam

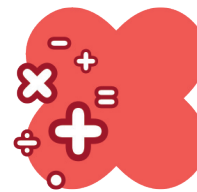
que a última palavra enunciada da contagem indicava, não o último objeto apontado, mas a quantidade total de objetos da coleção? Assim, preparou a sala de aula de modo que as crianças pudessem trabalhar em duplas, dialogando durante a atividade e que ela pudesse ouvi-los sobre como estavam pensando.



Arquivo dos autores

<sup>3</sup> A Atividade 9, da seção “Compartilhando”, detalha o complemento deste relato.





As crianças encontraram sobre a mesa um pequeno varal feito de canudos fixos com argila sobre uma base de papelão. Havia também uma coleção miniatura de prendedores de roupa vermelhos e verdes e símbolos dos algarismos de 0 a 9 e da operação de adição (+).

A professora perguntou pelo número que eles mais gostavam. O grupo disse: "Cinco!". Então, pediu que colocassem cinco prendedores no varal. Um a um, eles foram colocando no varal e contando até cinco. Dois prendedores eram verdes e três vermelhos.

A professora perguntou-lhes o que havia mais no varal: prendedores de roupa ou prendedores de roupa vermelhos. Eles disseram que havia mais prendedores de roupa. Então, ela continuou: "E o que há mais: prendedores de roupas verdes ou prendedores de roupa vermelhos?". Novamente, as crianças respondem de acordo com o esperado, que havia mais prendedores de roupa vermelhos.



Arquivo dos autores

Então, a professora perguntou:

– *E quantos a mais?* (Silêncio).

As crianças olharam-se e uma disse:

– *Como assim? Eu não sei o que é "a mais".*

E, agora, como você continuaria esse diálogo? Como atuaria nesse processo de ensino?





48

QUANTIFICAÇÃO,  
REGISTROS E AGRUPAMENTOS

## SENTIDO DE NÚMERO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Alina Galvão Spinillo

Duas perspectivas são aqui consideradas para refletirmos sobre a inserção do tema sentido numérico na Educação Matemática. A primeira assume um caráter mais amplo, envolvendo a questão curricular. A segunda assume um caráter mais específico, voltado para a dinâmica da sala de aula.

### Sentido de número e orientações curriculares

Se, em uma perspectiva teórica, é possível associar os indicadores de sentido numérico, por exemplo, à teoria dos campos conceituais de Vergnaud, em uma perspectiva educacional é possível associar esses indicadores a uma proposta de ensino delineada por um currículo, como, por exemplo, está presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)\*.

Os PCNs indicam quatro blocos de conteúdo que servem de base para o currículo referente à Educação Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: números e operações, grandezas e medidas, espaço e forma, e tratamento da informação. Segundo Mandarino (2009), os conteúdos priorizados pelos professores nesses anos iniciais da escolaridade se referem ao bloco dos números e operações e ao bloco das grandezas e medidas, conforme verificado pela autora a partir de observações feitas em sala de aula e a partir da análise que realizou sobre livros didáticos do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2007. Diante da ênfase dada tanto pelos professores como pelos livros didáticos, serão considerados estes dois blocos para discutir a possibilidade de relacionar sentido de número à proposta dos PCN.

De acordo com os Parâmetros Curriculares de Matemática (BRASIL, 1997, pp. 38-39), o bloco relativo a números e operações é definido como:

Conhecimento dos números naturais e números racionais (com representações fracionárias e decimais) como instrumentos eficazes para resolver determinados problemas e como objetos de estudo, considerando suas propriedades, relações e o modo como se configuram historicamente. O trabalho com as operações deve valorizar a compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, as relações existentes entre elas e o estudo reflexivo do cálculo, contemplando os tipos: exato, aproximado, mental e escrito.

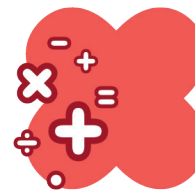
Na perspectiva de sentido numérico, assim como nos PCN, as propriedades dos números surgem como relevantes, destacando-se aqui três delas, a saber:

- (i) a regularidade da sequência numérica, como ilustrado na descoberta do aluno Jorge, no exemplo mencionado na página 25, em que ele, a partir dos nomes dos números, percebe a regularidade do sistema numérico com base dez;

\* Nota dos organizadores: este artigo aborda questões pertinentes às orientações vigentes na época em que as pesquisas foram realizadas. Todas as observações continuam válidas quando transportadas para os eixos que estruturam os Direitos de Aprendizagem.







- (ii) o tamanho de um número, em termos de quantos algarismos ele tem, da posição e do tamanho dos algarismos que o constituem. Mesmo sem saber escrever ou ler números, a criança precisa intuir que um número com muitos algarismos é maior que um número com poucos algarismos e compreender que um número pode ser maior que o outro, ainda que ambos tenham a mesma quantidade de algarismos; entendendo que o fato de um número ser maior que outro depende também do tamanho dos algarismos que o constituem, assim como de sua posição no número;
- (iii) a magnitude relativa dos números, que está associada à capacidade de diferenciar o relativo do absoluto. O seguinte problema foi apresentado a alunos do 2º ano do ensino fundamental: Kátia recebeu de mesada R\$ 4,00 e gastou R\$ 2. Cristiano recebeu R\$ 10,00 de mesada e gastou R\$ 4. Quem gastou mais da mesada que recebeu: Kátia, Cristiano ou os dois gastaram o mesmo tanto da mesada que receberam? Diante desse problema uma aluna forneceu a seguinte resposta “Foi a menina por causa que ela tinha menos dinheiro de mesada e ai ela gastou quase tudinho. O menino ganhava mais e ai os R\$ 4 não fez falta, contou pouquinho.” Esta resposta indica um entendimento acerca da distinção entre quantidade absoluta e quantidade relativa e acerca das relações parte-todo que são fundamentais para a compreensão de noções complexas como a proporção e a porcentagem.

As propriedades das operações são igualmente de grande relevância no desenvolvimento de um sentido numérico, podendo ser exploradas através de situações que levem o aluno a perceber, por exemplo, que o número 22 pode ser representado de diversas maneiras:

- a) por  $10 \times 2 + 1 \times 2$  ou por  $9 \times 2 + 2 \times 2$
- b) por  $11 \times 2$  ou por  $2 \times 11$
- c) por  $20 + 2$  ou por  $2 + 20$
- d) por  $28 - 6$  ou por  $27 - 5$  ou por  $26 - 4$
- e) por  $21 + 1$  ou por  $20 + 2$  ou por  $19 + 3$

Além das propriedades das operações, é importante compreender o efeito das operações sobre os números. Uma compreensão básica é reconhecer que operação aritmética ocorreu em uma dada situação, como se observa em atividades conhecidas, como a máquina de fazer contas, muitas vezes presente em livros didáticos. Nessa máquina, entra um número e sai outro, tendo o aluno que identificar que operação a máquina fez. Spinillo (2006, p. 98-99) traz o seguinte exemplo:

*Tinha 9. A máquina secretamente fez alguma coisa com esse número e saiu o número 3. O que foi que a máquina fez? Que conta foi esta que a máquina fez?*





50

QUANTIFICAÇÃO,  
REGISTROS E AGRUPAMENTOS

Aluno: – De menos. Ela fez menos 6, ficou 3.

Examinadora: – Tinha 5. A máquina secretamente fez alguma coisa com esse número e saiu o número 8. E agora? Que conta foi esta que a máquina fez?

Aluno: – Ela somou 3. Porque 5 mais 3 dá 8.

Examinadora: – Tinha 152. A máquina secretamente fez alguma coisa com esse número e saiu o número 20. Que conta foi esta que a máquina fez?

Aluno: – Foi de menos. Ela fez uma conta de menos porque o número diminuiu muito.

Examinadora: – Qual foi a conta?

Aluno: – Essa eu não sei, mas foi de menos. Tenho certeza.

Nota-se que o aluno fez uma inferência apropriada a respeito da transformação ocorrida sobre o número que entrou na máquina, fazendo julgamentos com base na relação entre o número que entrou (estado inicial) e o número que saiu (estado final).

O efeito das operações sobre os números também pode ser explorado em situações mais complexas, em que uma dada quantidade inicial sofre o efeito de duas operações sucessivas e inversas, como nos problemas abaixo que foram apresentados a alunos do 2º e do 3º ano do ensino fundamental:

*No início da aula havia 5 crianças na sala. Chegaram, atrasadas, 3 crianças. No meio da aula saíram 3 crianças. No final da aula, o número de crianças na sala: (a) aumentou, (b) diminuiu ou (c) ficou a mesma coisa?*

Carlos: – Ficou a mesma coisa.

Entrevistadora: – Por quê?

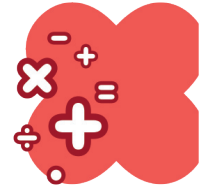
Carlos: – Chegou e saiu 3 crianças, aí não mudou nada, ficou 5 igual no começo.

*Um ônibus saiu do terminal com 16 pessoas dentro. Na primeira parada desceram 4 pessoas. Na outra parada 16 pessoas subiram. O número de pessoas no ônibus: aumentou, diminuiu ou ficou a mesma coisa?*

Liane: – Eu acho que aumentou, porque mais gente entrou do que saiu. Pouca gente saiu e muita gente entrou.

*Tinha 24 bombons em uma caixa. Rosinalda inseriu 5 bombons e comeu 24. O número de bombons na caixa: aumentou, diminuiu ou ficou a mesma coisa?*





Rosinalda: – Diminuiu. Porque ela comeu mais.

Entrevistadora: – Mais? Comeu mais como? Explica melhor.

Rosinalda: – Ela comeu muitos bombons. E ela botou poucos dentro da caixa. Então, ela comeu mais do que os bombons que ela botou dentro. Diminuiu, não foi?

Para resolver esses problemas é necessário fazer uma compensação frente às transformações ocorridas sobre a quantidade inicial. Esta compensação requer compreender que duas operações sucessivas e inversas, quando aplicadas a uma quantidade inicial, podem provocar um aumento ou uma diminuição nessa quantidade ou pode até nem alterá-la. Sem que qualquer tipo de cálculo fosse realizado, muitos alunos foram capazes de fazer julgamentos apropriados, baseando-se no fato de que: (i) se o que é adicionado é mais do que o retirado, então a quantidade aumenta; (ii) se o que é retirado é mais do que o adicionado, então a quantidade diminui; e (iii) se a quantidade adicionada é a mesma que a retirada, então nada se altera.

Considerando ainda os PCNs, o bloco relativo a grandezas e medidas é assim definido (BRASIL, 1997, p. 39-40):

Este bloco caracteriza-se por sua forte relevância social, com evidente caráter prático e utilitário. [...] As atividades em que as noções de grandezas e medidas são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos e às formas [...] e dos significados dos números e das operações, e incluem a ideia de proporcionalidade e escala.

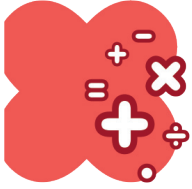
Como pode ser notado na descrição deste bloco de conteúdo, o caráter social e prático é aqui enfatizado, o que está em acordo com a perspectiva de sentido numérico que considera o conhecimento matemático à luz das experiências que o indivíduo tem com a matemática em seu cotidiano.

No que tange a um sentido numérico relativo a medidas, alguns aspectos surgem como cruciais: (i) a relação entre unidade de medida e grandeza, sendo capaz de identificar uma unidade como apropriada para medir uma dada grandeza e (ii) a relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e o número de unidades necessário para medir uma dada grandeza, sendo capaz de compreender que, quanto maior a unidade, menor a quantidade de unidades obtida em uma medição.

Em entrevistas com crianças dos anos iniciais do ensino fundamental, foram apresentadas as seguintes situações:

*João mediu uma coisa e disse que essa coisa media 2 quilos. O que você acha que ele mediu: a quantidade de suco em uma jarra ou o peso de um pacote de açúcar?*





Ane: – Acho que foi um pacote de açúcar.

Entrevistadora: – E por que não podia ser o suco na jarra?

Ane: – Porque suco não se bota na balança, a gente não pesa.

Entrevistadora: – E a gente faz como para medir o suco?

Ane: – Sei lá. Acho que pode ser um copo, né? Pega o copo e vai contando quantos que tem.

*João mediu uma coisa e disse que essa coisa media 6 metros. O que você acha que foi esta coisa que ele mediu: a quantidade de óleo em uma lata ou a altura de um poste na rua.*

Regina: – A altura do poste.

Entrevistadora: – Como sabe?

Regina: – Porque um poste é muito alto, aí tem que medir com muitos metros.

Entrevistadora: – E o óleo?

Regina: – Óleo não é alto. É baixo.

Entrevistadora: – E aí então o óleo podia ser medido com poucos metros?

Regina: – Não combinava. Não dava. Só se fosse a lata. Mas o óleo, o óleo que está dentro da lata tem que ser de colher para saber quanto que tem.

De acordo com os diálogos acima, nota-se que os alunos são capazes de reconhecer a relação entre a grandeza a ser medida e a unidade de medida. Mais complexo, entretanto, é compreender a relação inversa entre o tamanho da unidade de medida e o número de unidades necessário para medir uma dada grandeza. Contudo, alunos do 2º ano já demonstram esta compreensão, como pode ser observado nos exemplos a seguir, em que problemas foram apresentados em sala de aula:

*João pesou um saco de arroz em uma balança que tinha pesos pequenos. Ana pesou este mesmo saco de arroz em uma balança que tinha pesos grandes. Quem vai precisar de mais pesos para pesar o saco: João ou Ana?*

Sandra: – João.

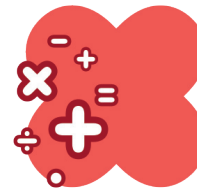
Entrevistadora: – Por que você acha que foi João?

Sandra: – Porque o peso dele é pequeno.

Entrevistadora: – Me explica melhor, não entendi.

Sandra: – Ele vai precisar de muitos pesos pequenos e ela vai precisar de menos pesos grandes.





*João mediu o comprimento da mesa usando palitos de fósforos. Ana mediu esta mesma mesa usando palitos de picolé. Quem vai precisar de mais palitos para medir o comprimento da mesa: João ou Ana?*

Gilda: – João. Porque Ana tem o mais grande e o palito de fósforo é mais pequeno que um palito de picolé. Ai então ele é que precisa de mais.

*Ana mediu a quantidade de água da piscina plástica usando baldes grandes. João mediu essa mesma piscina usando baldes pequenos. Quem vai precisar de mais baldes: Ana ou João?*

Tereza: – É João. É que o balde dele é pequeno, não é grandão. O balde de Ana é grande e aí cabe muita água de uma vez só. Aí acaba logo.

O que se observa nos exemplos acima é que princípios básicos que constituem a noção de medida estão presentes nas falas das crianças quando solicitadas a fazer julgamentos acerca de situações de medição, mesmo sem que sejam solicitadas a medir algo ou a efetuar cálculos numéricos. Na realidade, essas crianças demonstram uma compreensão intuitiva sobre medidas, ou seja, um sentido numérico no campo das medidas.

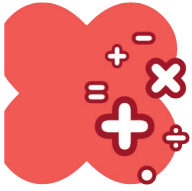
Embora não seja feita uma menção explícita a sentido numérico, nota-se que as descrições desses blocos guardam estreita relação com os indicadores citados. Sendo assim, é possível, e desejável, estabelecer uma ponte entre a indicação curricular e o sentido numérico com o objetivo de tornar os alunos numeralizados. Para isso é importante pensarmos a respeito da dinâmica de uma sala de aula em que se assume tal objetivo.

## **Sentido de número e a dinâmica na sala de aula**

Um primeiro e importante aspecto a considerar é que o sentido de número é uma forma de pensar matematicamente e não somente um conceito ou assunto do currículo a ser ensinado. Na realidade, ele não é passível de ser distribuído em etapas ou unidades que podem ser hierarquizados. É preciso ter em mente que o sentido numérico deve permear o ensino de todos os conteúdos de matemática abordados no ensino fundamental, de forma que as atividades de ensino propostas em sala de aula tenham por objetivo tornar o aluno familiarizado com o mundo dos números e capaz de raciocinar de forma flexível em diversas situações, mesmo sem realizar cálculos precisos e aplicar procedimentos algorítmicos.

Um segundo ponto é que a elaboração de um sentido não se restringe apenas ao contexto escolar, pois se desenvolve a partir de situações matemáticas fora desse





espaço. No entanto, a escola pode e deve se tornar um ambiente capaz de contribuir de forma expressiva com o desenvolvimento de um sentido numérico.

Para isso, os indicadores de sentido numérico anteriormente discutidos e exemplificados podem servir de base para a elaboração de atividades didáticas voltadas para o ensino de diversos conteúdos curriculares, conforme os pontos a seguir:

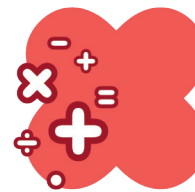
1. saber qual o conhecimento anterior que o aluno traz sobre o conteúdo a ser tratado em sala de aula. Este conhecimento tanto pode servir como ponto de partida para novas aquisições como pode ser um obstáculo. Seja de uma forma ou de outra, as noções intuitivas das crianças desempenham papel importante na constituição de novos conhecimentos matemáticos;
2. estabelecer, sempre que possível, relações entre a matemática extraescolar e a matemática escolar, como, por exemplo, entre a matemática oral e a matemática escrita, discutindo em que diferem e em que se assemelham. Em outras palavras, é necessário considerar que o conhecimento informal é relevante para a construção dos conhecimentos matemáticos escolares;
3. propor a resolução de problemas a partir de cálculos mentais e de estimativas, estimulando o uso de pontos de referência, arredondamentos e aproximações;
4. levar o aluno a realizar julgamentos sobre situações matemáticas diversas, sem que seja necessário realizar cálculos ou realizar procedimentos algorítmicos;
5. gerar situações didáticas que favoreçam o estabelecimento de relações entre os conteúdos ensinados, permitindo uma articulação entre conteúdos de um mesmo bloco e entre conteúdos de blocos diferentes;
6. explorar e estimular o uso de uma grande variedade de representações (desenhos, tracinhos, números, linguagem natural, diagramas, tabelas, recursos tecnológicos, etc.);
7. levar o aluno a reconhecer que há múltiplas estratégias e múltiplas representações na resolução das atividades escolares. Algumas tão apropriadas quanto outras e, às vezes, algumas mais apropriadas que outras.

Como último ponto, de caráter mais geral, a sala de aula pode se tornar um ambiente de discussão a respeito de diferentes pontos de vista e das estratégias e métodos de resolução adotados (sejam eles corretos ou incorretos), tornando possível focalizar o processo de matematização dos alunos.

Ao explicitar seu modo de pensar, os alunos têm a oportunidade de refletir sobre suas formas de raciocinar e de proceder, gerenciando suas ações e as ajustando quando necessário. Ao tomar conhecimento do modo de raciocinar dos colegas, o aluno terá a oportunidade de se deparar com outras formas de raciocinar, apreciando-as, comparando-as.

Além disso, colocar o pensamento do aluno em evidência permite que o professor compreenda os processos de raciocínio dos aprendizes, sem o quais se torna difícil intervir de modo didaticamente apropriado.





## DIFERENTES ENFOQUES NO ENSINO DE NÚMEROS

Janaina Pinheiro Vece  
Luciane Ferreira Mocrosky  
Rosa Monteiro Paulo

Durante muito tempo o ensino de Matemática tem sido sustentado por ideias equivocadas sobre o papel que o aluno desempenha no processo de aprendizagem e a sua relação com os números. Para melhor situá-los, vamos procurar buscar, em nossas lembranças, situações vividas com o ensino de Matemática.

Considerando que a história de vida varia de acordo com a experiência de cada sujeito, o pensar sobre a trajetória escolar pode auxiliar na identificação de diferentes enfoques de ensino.

***Nos anos iniciais do ensino fundamental, como lhe foi ensinado e como você aprendeu os números?***

Quando nos lembramos da nossa situação como alunos é comum relacionarmos nossas dificuldades em aprender com as atitudes do professor, principalmente em relação à Matemática que, historicamente, tem sido marcada por uma forma de segregação explicitada pela ideia de que a sua compreensão é para poucos.

*Sobre o ensino dos números, há um enfoque clássico arraigado na prática docente. Nesse enfoque é afirmado que se devem ensinar os números aos poucos, um a um e na ordem da série numérica. De acordo com esta concepção, não se pode apresentar o número 5 enquanto não se tenha ensinado o número 4; não se pode ir mais além do número 9 até que não se tenha a noção de dezena, e assim sucessivamente. A escrita convencional dos números é central e, portanto, escrever linhas inteiras do mesmo número, desenhá-los, cortá-los, pintá-los, etc., são atividades consideradas fundamentais para a aquisição da escrita numérica. Uma das ideias principais é que o conhecimento entra pelos olhos, imitando, copiando, observando.*

Adaptado de Moreno (2006, p. 43 e 44).

Do trecho acima, podemos identificar uma concepção de ensino tradicional, que ainda persiste, apesar de pesquisas e estudos em Educação Matemática mostrarem o seu aspecto linear e restritivo.





Mas o que significa afirmar que se assume uma postura tradicional de ensino?

Nessa perspectiva, a aprendizagem é concebida como algo cumulativo e linear, com a somatória de pequenas “porções” de conhecimento adquirida aos poucos. No enfoque tradicional de ensino, o papel do professor pode se limitar a seguir uma progressão sistemática de definições e exercícios, apresentando aos alunos os conteúdos, como os números, passo a passo, etc. A aprendizagem entendida como o processo, em doses “homeopáticas”, da aquisição de conteúdos mais simples para os mais complexos, evidencia a ideia de um aluno desprovido de conhecimentos prévios, de capacidade intelectual e alienado em relação ao contexto sociocultural exterior aos muros da escola. Neste enfoque, pensa-se que o treinamento é o mais importante e que as noções numéricas são construídas por meio exaustivo da repetição e memorização.

A ideia de sujeito que se tem, portanto, é a de um sujeito tábula rasa, isto é, que não possui conhecimento relacionado com os conteúdos que devem ser ensinados. Somente assim, se pode compreender que se comece o ensino a partir do número 1. (MORENO, 2006, p. 44)

Na perspectiva do ensino tradicional, nota-se um tratamento excessivamente hierarquizado para ensinar os números. Trata-se de uma organização dominada pela ideia de pré-requisito e que desconsidera, em parte, as possibilidades de aprendizagem dos alunos. Embora se saiba que alguns conhecimentos precedem outros e deve-se escolher certo percurso, não existem, por outro lado, amarras tão fortes como algumas que podem ser observadas comumente na prática do ensino de Matemática. Por exemplo, trabalhar primeiro apenas os números menores que 10, depois os menores que 100, depois os menores que 1.000, etc.

Conforme esse entendimento, o papel que os números ocupam é o de um conteúdo matemático desarticulado e descontextualizado da vida real, ou seja, não são consideradas as práticas socioculturais vivenciadas pelo sujeito desde a tenra idade.

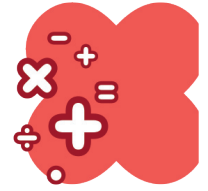
Outro enfoque, muito presente no discurso pedagógico, está relacionado à crença de que, para ensinar Matemática, em especial os números, é preciso partir do concreto.

*Ao supor que a aprendizagem acontece pelo único fato de manipular um material concreto, promovem-se situações nas quais o professor “dita” para o aluno o procedimento a ser realizado.*

*Nesse enfoque, ensina-se o número como uma propriedade dos conjuntos como classes de equivalência, razão pela qual uma das atividades mais comuns é apresentar, por exemplo, desenhos de conjuntos de quatro flores, cinco automóveis, quatro borboletas e cinco bexigas cada um, para que os alunos encontrem por*







*correspondência, os conjuntos que possuem as mesmas “propriedades numéricas”. Isso se baseia na suposição de que as crianças aprendem os números apenas por observação de conjuntos de objetos e imagens.*

Adaptado de Moreno (2006, p. 45).

Diferentemente do ensino tradicional, em que a aprendizagem se dá por repetição, o enfoque empírico-ativista prioriza a aprendizagem por meio de relações lógicas que o aluno estabelece entre conjuntos e elementos. Esta é uma das diferenças a ser considerada, pois, enquanto a primeira concepção – a tradicional – concebe o aluno como uma tábula rasa, a segunda – a empírico-ativista – adota-o como um sujeito puramente psicológico dotado de processos e estruturas cognitivas.

No ensino empírico-ativista, considera-se a teoria dos conjuntos como a mais adequada para que o aluno compreenda os números. A ênfase empírico-ativista de que a aprendizagem se dá pela manipulação de materiais concretos implica negativamente no papel do professor como aquele que não assume uma intenção didática. Nessa concepção, o aluno passa a ser considerado o centro do processo e os métodos de ensino – tendo como pressupostos a descoberta e o princípio de que ‘aprende-se a fazer fazendo’ – são pautados em atividades que valorizam a ação, a manipulação e a experimentação (NACARATO, 2005).

Enquanto na postura tradicional os números são apresentados de forma isolada do contexto sociocultural, no enfoque empírico-ativista os números são entendidos como a síntese das relações de contagem de conjuntos com pequenas quantidades de elementos.

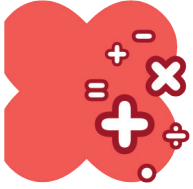
***Se fosse assim, como poderíamos compreender o número 42.785.700 se nunca vimos ou contamos 42.785.700 elementos?***

Além dos papéis assumidos e das relações estabelecidas entre professor e aluno nos processos de ensino e aprendizagem, um problema nos enfoques tradicional e empirista é o tratamento didático do conteúdo, ou seja, a forma como os números são ensinados. Em ambas as perspectivas, quase não há preocupação com o contexto social em que os alunos e os próprios números estão inseridos.

Se a principal função da escola é a de garantir às gerações futuras o acesso ao conhecimento sociocultural construído pela humanidade, o conteúdo matemático deve ser ensinado como algo isolado ou legítimo em sua prática social?

***O texto convida a refletir sobre a sua própria prática revendo conceitos para ampliar seu repertório didático acerca do ensino dos números.***





## Em direção à alfabetização matemática

58

A palavra *letramento* é tradução da palavra inglesa *literacy*. Para Soares (2006, p. 170) o sufixo – **cy** indica “qualidade, condição, estado, fato de ser”. Desta forma, o termo *literacy* está associado ao “estado ou condição que assume aquele que aprende a ler e escrever”. Traduzido para o português o sufixo – **mento** remete ao resultado de uma ação.

No sentido atribuído por Soares (2006, p.18), *letramento* é o “[...] resultado da ação de ensinar a ler e escrever: o estado ou a condição que adquire um grupo social ou um indivíduo como consequência de ter-se apropriado da escrita.”.

Entretanto, a autora destaca que *letramento* se refere à condição de ser letrado. **Nem todo sujeito alfabetizado é letrado, pois o letramento pressupõe não só saber ler e escrever, mas também responder às demandas sociais da leitura e da escrita. Concluindo, letramento é um conceito mais amplo do que o de alfabetização.**

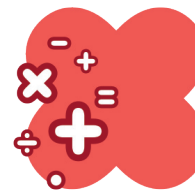
As discussões até aqui apresentadas apontam que a escola não deve se preocupar apenas com a alfabetização da língua materna, mas também com o processo de entendimento e dos respectivos usos sociais dos códigos matemáticos. As mesmas preocupações que demandam a democratização da leitura e da escrita devem ser dirigidas a Matemática, possibilitando o acesso para a apropriação de práticas associadas ao sistema de numeração.

A alfabetização matemática como iniciação ao mundo da leitura e da escrita aritmética contempla as primeiras construções do conceito de número, da aquisição da representação numérica do sistema decimal e, além disso, de outros conteúdos matemáticos como as operações e a própria geometria. No entanto, no presente texto restringimos as discussões à aquisição e prática social dos números, uma vez que os demais cadernos de formação de Matemática abordam com aprofundamento os outros blocos de conteúdos desta área de conhecimento.

**Sabendo que o numeramento pressupõe não só dominar a linguagem aritmética, mas, principalmente, responder às demandas sociais do uso dos números, pode-se dizer que todo sujeito alfabetizado matematicamente é “numerado”?**

Estar preparado para atender às demandas e tarefas face à vida diária requer habilidades que vão além das capacidades básicas do registro matemático. Nesse sentido, entende-se como “numerado” quem, além da elaboração do conhecimento e da linguagem matemática, engaja-se com autonomia em situações que envolvam o domínio de dados quantitativos, quantificáveis e, sobretudo, compreende as diversas funções e usos dos códigos numéricos em diferentes contextos.





Compreender a alfabetização matemática na perspectiva de numeramento é o mesmo que superar o evidente paradoxo entre as concepções sobre a aquisição do sistema linguístico e do sistema numérico. Segundo Moreno (2006), ao mesmo tempo em que, nas aulas de Matemática, é suposto que o aluno não possui conhecimentos prévios, durante as aulas de Língua Portuguesa reconhece-se, neste mesmo aluno, saberes e hipóteses sobre o sistema de escrita como produto de sua relação com um meio cheio de portadores textuais.

Diante de tal contradição presente no processo da alfabetização da língua e da Matemática, torna-se importante a reflexão:

**A criança é capaz de construir hipóteses somente relacionadas à leitura e à escrita? E em relação aos números, o que você acha?**

Um dos fatores relevantes para o processo de aquisição dos códigos linguísticos é o grau de exposição da criança às práticas sociais que exigem que leia e escreva diferentes tipos de textos. Os ambientes nos quais se pratica a leitura e a escrita, frequentemente, motivam as crianças a ler e escrever e contribuem para que elas tenham um conhecimento prévio sobre os portadores textuais, como, por exemplo, livros, panfletos, revistas, histórias em quadrinhos, bula de remédio, textos instrucionais de rótulos e embalagens, entre outros.

Com relação aos números, este processo ocorre de forma semelhante. A familiarização das crianças com o sistema de numeração decimal ocorre a partir do contato com diferentes portadores numéricos que existem em seu cotidiano, como calendários, fitas métricas, calculadoras, rótulos de embalagens, trenas, celulares, computadores, o próprio dinheiro, entre outros materiais que permitam ler número. Imersas num meio “matematizador”, as crianças têm contato com os números muito antes de entrar na escola.

Considerando que os números impregnam de sentido as ações humanas, as relações que acontecem nas diferentes práticas e usos com as quais a criança convive, levam-na a construir saberes particulares sobre os diferentes sistemas de comunicação, seja ele escrito em língua matemática ou materna.

Por conviver e compartilhar diferentes espaços, a criança observa e vivencia práticas sociais em que os números são utilizados, por exemplo, em situações específicas do meio rural: nas práticas de plantio e colheita; de cuidado com os animais; o amanhecer e o entardecer; as diferentes épocas do ano, entre outras. Também convive, quase que simultaneamente, com situações ditas urbanas, compartilhando da ascensão e migração dos recursos tecnológicos, como computadores e celulares, na vida do campo.





60

Estudos realizados por Délia Lerner e Patrícia Sadovsky (1996) trouxeram importantes contribuições a respeito das hipóteses numéricas que as crianças constroem no contato diário com números que são familiares e frequentes em seu cotidiano. Quanto aos números familiares podemos dizer que são aqueles significativos às crianças, como, por exemplo, o número de sua casa, do telefone, do calçado, o que representa a sua idade ou data de seu aniversário. São considerados números frequentes aqueles que as crianças têm contato diariamente como os números do calendário, dos canais de televisão, das cédulas e moedas entre outros.

A pesquisa descrita por Lerner e Sadovsky (1996), realizada com crianças de 6 anos, revela algumas hipóteses que os pequenos apresentam em situações de comparação entre números.

### **Lendo e comparando números**

**O primeiro é quem manda:** ao comparar dois números compostos com a mesma quantidade de algarismos, como, por exemplo, 97 e 79, as crianças observam a posição que os algarismos ocupam no número. Nesta hipótese, afirmam que 97 é maior, porque o 9 vem primeiro, ou seja, **“o primeiro é quem manda”**.

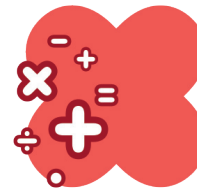
**A magnitude do número (quantidade de algarismos):** quando convidadas a comparar números compostos com a quantidade de algarismos diferentes, as crianças, mesmo sem conhecerem as regras do sistema de numeração decimal, são capazes de indicar qual é o maior número. Afirmam, por exemplo, que 999 é maior que 88 porque tem mais números. Embora esta hipótese “funcione”, mesmo que a criança não conheça convencionalmente os nomes dos números, em algumas situações, esse critério estabelecido não é mantido. Ao compararem 222 com 99, algumas afirmam que 99 é maior, porque 9 é maior que 2.

### **Escrevendo números**

**Escrita associada à fala:** em situações que exigem o registro numérico de forma autônoma, as crianças, em geral, afirmam que “[...] escrevem do jeito que falamos”. Nesta hipótese, recorrem à justaposição e organizam o registro numérico de acordo com a fala. Ao representarem o número 483, podem escrevê-lo 400803 ou 40083. Isto pode ser explicado pelas próprias características do nosso sistema de numeração decimal, pois falamos os nomes dos números aditivamente (de forma decomposta), no entanto, registramos posicionalmente, ou seja, respeitando o valor que cada algarismo ocupa no número.

Os estudos de Lerner e Sadovsky (1996) evidenciam que, além de construírem hipóteses relacionadas ao sistema de escrita, as crianças possuem a capacidade de raciocinar acerca do sistema numérico, contrariando o pensamento errôneo de que, nas aulas de Matemática, o aluno assume o papel de mero receptor.





Os papéis e os diferentes usos dos números tratados na escola não devem se restringir às práticas urbanas. Deve-se buscar, nas práticas culturais, compreender como os números são articulados e utilizados pelas crianças de diversas regiões.

Se prestarmos atenção nas atividades cotidianas que realizamos, notar-se-á que os números estão presentes em diversas situações.

*Uma prática recorrente na sala de aula, principalmente com os alunos de 1º ao 3º ano, é a contagem diária do total de alunos presentes. A contagem e o registro de quantos são envolve a função cardinal do número, ou seja, a ação de contar. Se analisar a lista de chamada verá que cada aluno possui o seu respectivo número, que funciona como um código de identificação tanto no diário do professor quanto no registro da secretaria da escola. A localização espacial faz com que a escola receba alunos de residências próximas ou distantes. Neste exemplo, o número, que diz do quão perto ou quão distante, pode ser utilizado como medida, pois é usado para expressar a distância percorrida pelo aluno da residência à escola. Além de contar, codificar e medir, o número também exerce a função de ordenar. Um exemplo simples se refere à organização dos próprios alunos em fileiras na sala de aula (primeiro, segundo, terceiro...).*

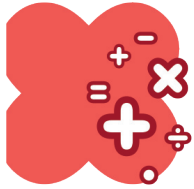
Diariamente, encontramos e utilizamos os números em suas diferentes funções. Como estamos acostumados com a sua prática diária, muitas vezes não paramos para pensar sobre as suas diferentes finalidades.

Os números estão por toda a parte, presentes em nossos documentos, na numeração das casas, códigos de telefone, jornais, revistas, páginas dos livros, cédulas e moedas do nosso sistema monetário. Estão até mesmo nos diferentes recursos tecnológicos que dispomos, como nas calculadoras, nos computadores e em celulares. Sendo assim, é empobrecedor propor situações em que o significado dos números se restrinja apenas à reprodução de escritas numéricas ou, simplesmente, às situações de contagens sem significados.

### **De que adianta decorar números se os alunos não compreendem suas diferentes funções e usos no cotidiano?**

Assumir os pressupostos do numeramento para ensinar os números evidencia a afirmação de que não é preciso esperar que as crianças saibam contar ou escrever convencionalmente os símbolos numéricos para aprendê-los. Olhar constantemente para a nossa própria prática é de suma importância para rever posturas assumidas que permeiam o ensino dos números.





## A CONTAGEM E O UNIVERSO INFANTIL

Luciane Ferreira Mocrosky

Rosa Monteiro Paulo

Simone Dias da Silva

Para possibilitar aos alunos a vivência do senso numérico, podemos propor diferentes situações baseadas na observação de coleções compostas por objetos variados, como materiais escolares, frutas, brinquedos, embalagens vazias, dentre outros que tiver à sua disposição.

Esses objetos podem ser organizados em duas coleções formadas, inicialmente, por objetos da mesma natureza, como duas coleções de palitos de giz de cor branca em quantidades diferentes. A intenção é a de manter a atenção dos alunos nas quantidades apresentadas e não na aparência dos objetos.

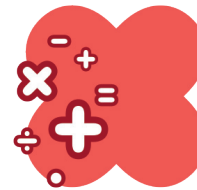
Com as coleções organizadas, proponha aos alunos que indiquem a coleção que apresenta o maior número de elementos utilizando apenas a observação. Isso pode ser feito várias vezes propondo elementos e quantidades diferentes. Em outros momentos é interessante fazer a variação dos elementos entre coleções e na mesma coleção, como duas coleções de brinquedos em quantidades diferentes ou duas coleções de brinquedos, sendo uma de menina e outra de menino, também com quantidades diferentes.

Nos textos anteriores já foi possível compreender que o desenvolvimento da ideia de número depende de experiências vividas pela criança. Tal desenvolvimento inicia-se com as primeiras relações matemáticas que podem ser estabelecidas com o mundo em que vivemos. Mesmo antes de ir à escola, no contexto familiar e social, há oportunidades para experimentar o processo de quantificação, levando a criança a agrupar, separar, comparar e dividir objetos variados, mesmo que ela ainda não saiba contar.

Pode-se dizer que, mesmo antes de entrar no ensino fundamental, toda criança já vivenciou situações que podemos denominar de pré-numéricas, identificando pequenas quantidades fazendo uso do seu senso numérico. O contato com os nomes dos números em momentos lúdicos e sociais também acontece de forma variada.

Embora as crianças de seis anos que ingressam no ensino fundamental não apresentem um grau homogêneo de conhecimento numérico, alguns saberes são observáveis neste grupo: a) há crianças que dizem, de memória, os nomes de números sem, no entanto, ter noção de quantidade; b) algumas não fazem a correspondência da palavra-número com a referida quantidade; c) outras fazem essa correspondência, mas não têm a percepção de que a última palavra-número da sequência representa





o total de elementos da coleção; e d) há aquelas que não conseguem identificar e comunicar oralmente pequenas quantidades, por exemplo, fazem correspondência com os dedos e mostram com as mãos a quantidade observada.

Nos primeiros contatos com o aluno do primeiro ano, para identificar os conhecimentos prévios dos alunos, o professor poderá utilizar brincadeiras ou tarefas simples apoiadas na oralidade e na manipulação de objetos disponíveis na sala de aula, de modo que os alunos possam mostrar suas habilidades quantitativas: se conhecem a sequência dos nomes dos números, se, ao observar diferentes coleções, são capazes de identificar as que têm a mesma quantidade, se conseguem fazer ou identificar algum tipo de registro convencional (ou não) de quantidade, se são capazes de organizar uma coleção de objetos a partir de uma quantidade apresentada.

É possível que, num grupo de alunos do 1º ano, encontremos alguns que apresentem dificuldades em recitar ordenadamente uma sequência numérica, podendo omitir ou inverter a ordem dos números, ainda que desde pequenos estejam em contato com situações que envolvam a recitação das palavras-número, como quando descem escadas recitam ordenada ou desordenadamente as palavras-número e acreditam estar contando os degraus.

Nesse caso, podem ser propostas atividades em que a criança tenha a oportunidade de melhorar a habilidade de recitação e notação numérica, como no exemplo a seguir:

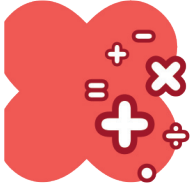


## RELATANDO EXPERIÊNCIA

Tarefa desenvolvida pela professora Simone numa escola da rede pública em São Paulo – SP.

1. Após assistir ao vídeo "A matemática na Educação Infantil – pressupostos para o trabalho docente" – disponível em: <http://www.acervodigital.unesp.br/handle/123456789/347>, a professora Simone propôs aos seus alunos do primeiro ano uma das situações lúdicas apresentada no vídeo, a brincadeira "Cama de gato". Fez algumas adequações com foco na ordem (ascendente e descendente) e recitação numérica. Organizou os alunos em círculo, sentados no chão, afixou um pequeno cartaz em cada um contendo números de 1 a 25 (número de alunos da turma) numa sequência desordenada, para, então, iniciar a brincadeira.
2. **1º momento** – O aluno número 1 faz o lançamento de um novelo de lã para o aluno número 2, que, por sua vez, lança para o aluno número 3 e assim por diante, até chegar o novelo no número 25, criando-se um emaranhado de fios chamado "cama de gato".





64

QUANTIFICAÇÃO,  
REGISTROS E AGRUPAMENTOS

**2º momento** – A cama de gato deve ser desfeita fazendo a recitação inversa da sequência, ou seja, o aluno número 25 lança o novelo para o número 24 e assim sucessivamente até o novelo chegar ao aluno número 1.

*Inicialmente, os alunos tiveram dificuldade em compreender o que deveria ser feito. Então brincamos algumas vezes sem enfatizar a sequência numérica, diminuindo a curiosidade e agitação. Em seguida, expliquei novamente como seria realizada a brincadeira, destacando a importância de localizar na roda o colega com o cartaz do número recitado para lançar o novelo e continuar a construir a "cama de gato". Combinamos que na primeira vez aqueles que conseguissem identificar os números poderiam ajudar os colegas que estivessem com dúvida, mas que na segunda vez teriam que descobrir sozinhos.*

*Após ver que eles compreenderam a sequência em ordem ascendente, propus a recitação inversa e o desmanche da cama de gato. O objetivo maior era que se apropriassem da sequência ordenada no intervalo que utilizei. Os alunos gostaram, divertiram-se e mantiveram a atenção com a preocupação de não atrapalhar a brincadeira, pois queriam saber como seria esta "cama de gato".*

Contar é uma estratégia usada para estabelecer a quantidade de elementos em uma coleção.



Ao identificar o conhecimento numérico do aluno, o professor deve propor-lhe situações-problema cuja resolução não dependa do uso do número. As propostas devem ter a finalidade de incentivá-lo a fazer conjecturas e realizar experimentações na busca de diferentes procedimentos para a comparação de quantidades.

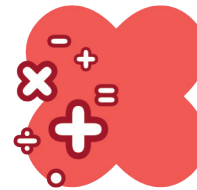
## ANALISANDO SITUAÇÕES-PROBLEMA

### Situação I

Leve para sala de aula caixas de ovos vazias e ovinhos feitos de papel (que podem ser construídos junto com os alunos). Organize os alunos em grupos e distribua o material aleatoriamente. Em seguida, apresente as seguintes questões: A quantidade de ovos foi suficiente para encher a caixa? Sobraram ovos? A caixa ficou cheia? Por quê? Quantos ovos faltam para encher a caixa? Se eu lhe der mais três ovos, a caixa ficará completa?







### Situação II

Entregue a cada grupo duas caixas com capacidade para doze ovos. Uma dessas caixas deverá conter sete ovos e a outra dez ovos. Proponha as questões: Sem utilizar a contagem, responda: Em qual caixa há mais ovos? Como vocês pensaram para resolver a situação?

*Analise as situações-problema acima identificando quais ideias os alunos revelam em sua resolução. Junto com seu grupo de formação, elabore outras situações.*

A resolução das situações propostas, embora favoreça a experiência quantitativa, inicialmente dispensa o ato de contar. Para resolvê-las, o aluno poderá fazer a correspondência um a um (ovo – espaço vazio) e depois o pareamento para identificar se há mais ovos ou espaços vazios. É importante abrir espaço para que os grupos relatem os procedimentos adotados para a solução do problema. Ao ouvir o modo pelo qual os grupos resolveram os problemas, será possível identificar os conhecimentos já produzidos.

Para resolver a segunda situação proposta, é possível que os grupos tirem os ovos da caixa para fazer o pareamento. Se tal procedimento for adotado, pode-se aproveitá-lo para novas explorações como, por exemplo, a quantidade obtida de ‘pares de ovos’. As questões devem ir se encaminhando para a quantificação.

*E a estimativa: O que é? Onde e quando é bem vinda?*

Ainda sobre processos não numéricos, a **estimativa** é um recurso para lidar com quantidades maiores e permitir uma resposta aproximada. Baseando-se na comparação entre duas coleções em que a quantidade de elementos de uma delas é conhecida, pode-se levantar uma hipótese (ou estimar) a quantidade de elementos da outra coleção.

*A professora Simone levou para sala de aula do primeiro ano um pote com muitas balas e perguntou aos alunos: “Quantas balas vocês acham que há neste pote?”. Eles deram as mais diferentes respostas. Um dos alunos disse: “Um milhão.”. A professora pergunta ao grupo: “Vocês acham que cabem um milhão de balas neste pote?”. Outro aluno respondeu: “Não, porque é um número muito, muito grande de coisas.”. A professora questionou: “Vocês acham que há mais ou menos que 100 balas?”. Sendo as respostas muito diferentes, ela retira do pote um punhado de balas e mostra aos alunos, perguntando em seguida: “Quantos punhados de bala como este há no pote?”. A partir daí, as respostas foram mais coerentes com o visto. A professora anotou os palpites na lousa e iniciou a contagem das balas para verificação da resposta mais próxima.*

Tarefa desenvolvida pela professora Simone numa escola da rede pública em São Paulo – SP.





Nessa proposta, a professora apresentou um parâmetro de aproximação, possibilitando que os alunos estimassem a quantidade de balas no pote. Esse parâmetro permitiu que os alunos ‘imaginassem’ outros punhados dentro do pote e isso os levou a novas estimativas da quantidade. Nesse tipo de situação, mais do que esperar a quantificação, busca-se que os alunos levantem hipóteses e comuniquem sua análise da relação espaço/quantidade.

A estimativa, além de possibilitar um tipo de aprendizagem que favorece uma relação pessoal com um novo conhecimento matemático, permite que a criança faça descobertas e vivencie situações coletivas em que deve considerar a solução do outro.

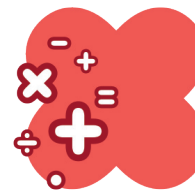
De acordo com Gaspar (2004), o desenvolvimento da habilidade de contagem ganha corpo quando ocorre a compreensão de quantidades. Esta habilidade requer da criança: a) associação dos nomes aos números de acordo com a sua ordem; b) a coordenação entre os nomes dos números com a identificação dos elementos no conjunto e c) a contagem única de cada elemento. Ao final da contagem, a criança deverá perceber a correspondência com o total de elementos pertencentes à coleção quantificada.

Em diferentes situações, a criança recita os nomes dos números sem, necessariamente, realizar uma contagem, como uma sucessão de palavras que servem para brincar, pular corda, marcar o tempo de espera na brincadeira de esconder, ou ainda em brincadeiras orais, como parlendas e cantigas de roda. Porém, como afirma Moreno (2006), e já destacado anteriormente, o fato de a criança recitar a série não indica que ela será capaz de quantificar (ou contar) objetos de uma série.

É preciso reconhecer a diferença entre contar de memória (recitar a sequência numérica) e contar com significado numérico. Este último processo só ocorre com o desenvolvimento da estrutura lógico-matemática. Não há uma idade definida para que se aprenda a contar, mas, ao perceber que o aluno não desenvolveu tal habilidade, é necessário retomar o trabalho com contagens de modo a subsidiar o processo de alfabetização matemática.

Esta é uma aprendizagem que demanda tempo e propostas de atividades variadas que envolvam contagens. A ordenação permite estabelecer uma organização entre os objetos, não necessariamente espacial, mas facilita contar todos os elementos de uma coleção sem que algum seja ignorado ou contado mais de uma vez. Por exemplo, ao contar as oito bolinhas de gude de sua coleção, a criança poderá fazê-lo apontando uma a uma e recitando os nomes dos números. Depois de contar as oito bolinhas, se solicitarmos que mostre o “quatro”, caso a criança indique o quarto elemento da coleção, como se quatro fosse seu nome, ela revelaria a compreensão de que o número, neste caso, é o elemento ordenador, pois, ao contar, segue de um para outro numa sequência ordenadamente estabelecida.





Já a inclusão hierárquica é a capacidade de perceber que o um “está dentro” do dois e que o dois “está dentro” do três, etc. Ao compreender a inclusão hierárquica, a criança consegue quantificar os objetos como um grupo. Ao contar, ela nos apontará um número para representar todo o grupo e não apenas o último objeto. No caso da coleção de bolinhas de gude, ao contar oito, a criança deve perceber que no total há sete, seis, cinco e assim por diante. Ou seja, oito diz do grupo de bolinhas visto como um todo.

### DISCUTINDO POSSIBILIDADES

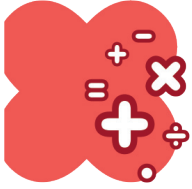
*Uma criança estava brincando com sua coleção de pedras. Ela as organizava em fila e contava um, dois... dez. Em seguida, contou de trás para frente e deu dez. Depois arrumou as pedras em círculo, contou e deu dez novamente. Ficou surpresa ao perceber que, a cada nova organização ou direção em que contava, a quantidade se mantinha. Levou sua coleção de pedras à escola e relatou à professora sua descoberta: “Tenho dez pedras em minha coleção, se contar em fileira ou de qualquer jeito!”.*

*Você já teve uma experiência de “descoberta” como essa em sua sala de aula? Por que a criança ficou surpresa com o que descobriu?*

Além da conservação da quantidade, essa criança também já apresenta a reversibilidade, ou seja, a capacidade de fazer e desfazer a mesma ação, como ao contar as pedras em fileira da direita para esquerda e da esquerda para direita.

De acordo com Piaget e Szeminska (1971), a criança constrói progressivamente a capacidade de contar. Essa capacidade só estará desenvolvida quando ela conseguir coordenar várias ações sobre os objetos, como a conservação da quantidade (cardinalidade) e a conservação da série numérica (ordinalidade) e também entender a relação da cardinalidade com a ordinalidade.

Há diferentes possibilidades de práticas de contagem que auxiliam os alunos dos anos iniciais a ampliarem sua ideia de número e realizarem contagens significativas, como: contar os colegas presentes na aula, as carteiras da sala de aula, os dias da semana, os dias do mês, os livros da caixa de leitura, os lápis de seu estojo, entre outros objetos disponíveis na própria sala de aula. Pode-se, também, propor tarefas rotineiras, como solicitar a um aluno que entregue a cada um de seus colegas uma folha de sulfite. Para isso, eles devem contar o número de alunos presentes e o número de folhas necessárias e, então, fazer a distribuição. Pode-se, ainda, realizar contagens em diferentes agrupamentos, de 2 em 2, de 3 em 3 e assim por diante. Tais tarefas contribuem para a construção da ideia de agrupamentos que poderá facilitar a contagem.



Outra ideia importante que subsidia a construção do conceito de número é saber que um número está relacionado com o próximo pela adição do 1, 1 (+1), 2 (+1), 3 (+1), 4 (+1)... e assim por diante, ou ligado ao anterior ao subtrair 1: 3 (-1), 2 (-1), 1 (-1), 0. A compreensão de sucessor e antecessor são saberes importantes nas práticas de contagem, recontagem e sobrecontagem.

## SOBRECONTAGEM

- a) *A professora coloca sobre a mesa seis palitos e pergunta ao aluno: "Quantos são?". Ele responde: "Seis".. Em seguida, ela pergunta: "Estou colocando mais quatro, quantos são agora?". O aluno faz, então, uma **recontagem**, ou seja, inicia no primeiro para encontrar um novo resultado (1, 2, 3, 4, 5, ... 10) e diz: "Agora são dez palitos."*
- b) *Em outro momento, a professora coloca sete palitos sobre a mesa e convida outro aluno da mesma turma para responder quantos palitos há na caixa. O aluno conta cada elemento e diz: "Sete palitos.".Em seguida, a professora coloca mais seis palitos sobre a mesa e pergunta: "Quantos são agora?". Ele faz uma contagem utilizando os dedos e diz: "Treze palitos.". A professora então questiona: "Como você pensou para saber a resposta?". O aluno explica: "Eu já sabia que tinha sete, então guardei na cabeça e continuei contando e cheguei ao treze.". Nesse caso, o aluno faz uma **sobrecontagem**, contou além da quantidade que já sabia, percebe que uma quantidade está incluída na outra não necessitando contar todos os palitos novamente.*

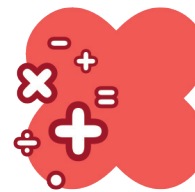
Ao fazer sobrecontagem, a criança já compreende a ordem, a inclusão e a conservação das quantidades envolvidas na situação. Este recurso subsidia o cálculo mental e pode ser empregado ao fazer cálculos intermediários, facilitando a compreensão das técnicas operatórias, além de ser um controle dos resultados para cálculos escritos. Por exemplo:

$$13 + 20 = 33 \quad (10 + 10 + 10 + 3 = 33 \text{ ou } 10 + 20 = 30, 30 + 3 = 33).$$

Com relação à contagem, existe a expectativa de que, ao final do primeiro ano, o aluno utilize diferentes estratégias para quantificar elementos de uma coleção, como contagem, pareamento, estimativa e correspondência de agrupamentos; que utilize a contagem oral nas brincadeiras e em situações em que reconheçam sua necessidade. Para tanto, há que se oferecer situações didáticas que conduzam a essas aprendizagens.

As práticas de contagem devem estar presentes nas aulas de matemática, preferencialmente do primeiro ao quinto ano, cabendo ao professor fazer as adequações em relação à grandeza numérica envolvida e às atividades propostas. Tal adequação deve considerar os saberes já construídos pelos alunos, de modo a garantir conhecimentos básicos que auxiliem na compreensão do conceito de número.





## Compartilhando

### Atividade 1

No texto a seguir, que pode ser adaptado para ser aplicado na sua turma de alfabetização, há várias lacunas a serem completadas com informações numéricas. Preencha individualmente as lacunas e, em seguida, converse com seus colegas sobre as diferentes formas de preenchimento. Aprofunde a discussão explicando porque decidiu por uma dada palavra ao preencher as lacunas. A partir das ideias presentes nos textos do “Aprofundando o Tema”, explore o máximo de significados possíveis que o número pode assumir nas mais diferentes situações do cotidiano.



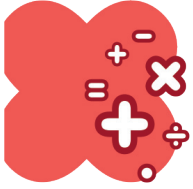
### MATEMÁTICA E LÍNGUA PORTUGUESA: INTEGRANDO TEXTOS E NÚMEROS

Procurando estabelecer uma relação apropriada entre linguagem e matemática, uma professora do Ensino Fundamental reproduziu no quadro um texto que constava em um livro didático (*Matemática Hoje é Feita Assim*, Editora FTD, 2000 de autoria de Antonio José Lopes Bigode), solicitando que os alunos preenchessem as lacunas com os números que achassem que combinavam com o que o texto comunicava. O texto era o seguinte:

“Na \_\_\_\_\_ semana de abril, numa \_\_\_\_\_ feira, cerca de \_\_\_\_\_ pessoas participaram da reunião da Associação de Pais e Mestres da escola. Na reunião, \_\_\_\_\_ itens foram discutidos, enquanto os presentes consumiam \_\_\_\_\_ salgadinhos e \_\_\_\_\_ garrafas de refrigerante. O ponto principal da reunião foi a organização das festas juninas de \_\_\_\_\_.

Falaram \_\_\_\_\_ pais que fizeram propostas e decidiram que a festa será realizada no dia \_\_\_\_\_ de junho. Depois de \_\_\_\_\_ dias do início das aulas, e a \_\_\_\_\_ dias do início das férias de julho. Espera-se a participação na festa de cerca de \_\_\_\_\_ pessoas entre pais, alunos, familiares e amigos. Foram previstas \_\_\_\_\_ barracas de diversão e \_\_\_\_\_ barracas de comes e bebes. O ponto alto da festa vai ser a quadrilha com \_\_\_\_\_ alunos participantes, bem mais do que os \_\_\_\_\_ do ano passado. Pretende-se que seja uma festa muito bem organizada, pois coincidirá com o \_\_\_\_\_ aniversário da escola. O coordenador da reunião fez uma arrecadação entre os presentes obtendo \_\_\_\_\_ reais para iniciar os preparativos. Serão necessários ainda \_\_\_\_\_ reais para montar tudo, comprar os comes, enfeitar etc. Cobrando \_\_\_\_\_ por convite, esperam





70

arrecadar um total de \_\_\_\_\_ reais que, descontados dos gastos, devem dar um lucro de \_\_\_\_\_ reais, que vão pra caixinha da formatura."

Duplas de alunos receberam cópia do texto e, após concluírem a atividade, eram chamados ao quadro para mostrar como haviam preenchido as lacunas. Discussões foram conduzidas a respeito das diferentes formas de preenchimento. Por exemplo, uma dupla havia preenchido a primeira lacuna com a palavra "quarta" e outra dupla com a palavra "segunda". A professora comentou que ambas as formas eram apropriadas e que diferenças de preenchimento também aconteciam em outras lacunas. A professora ia solicitando que os alunos explicassem porque haviam decidido por uma dada palavra ao preencherem as lacunas (Por que preencheu com essa palavra?). As discussões mais interessantes ocorriam quando ela enfatizava que os números poderiam ser coisas diferentes: uma quantidade (de pessoas, de alimento), um valor monetário, uma ordem (primeiro, segundo), uma data etc. Outro ponto alto da discussão era a respeito das operações aritméticas que tinham que ser feitas para o preenchimento apropriado de algumas lacunas, como aquelas relativas ao preço do convite e a outros valores monetários presentes no texto.



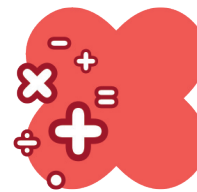
### Atividade 2

Com base na atividade anterior, crie um texto contando uma história em que as lacunas devem ser preenchidas com números. Peça para um colega cursista preencher as lacunas e depois discuta com ele acerca de suas escolhas ao preencher as lacunas.

### Atividade 3

A partir desta atividade, variações podem ser feitas com o objetivo de levar o estudante a refletir sobre os possíveis usos e funções dos números que estão presentes nos textos do cotidiano. Por exemplo, o aluno pode buscar os diferentes significados dos números na propaganda de um produto (neste caso, dando ênfase ao preço, forma de pagamento, etc.), na receita de um bolo (com ênfase nas diferentes unidades de medidas empregadas em textos deste gênero), em uma bula de remédio (tamanho da dose, frequência e tempo de uso do remédio, etc.), na caixa de leite (quantidade, preço, data de validade, etc.) e em outros textos do cotidiano, que estão repletos de números com os mais variados significados. O importante é que esses variados significados sejam explicitados nas discussões. Juntamente com o seu grupo, elabore uma sequência didática adequada à realidade da sua sala de aula, com vistas a atingir





o objetivo mencionado: levar o estudante a refletir sobre os possíveis usos e funções dos números que estão presentes nos textos do cotidiano.

#### Atividade 4

É interessante levar os alunos a refletirem sobre a matemática das profissões, ou seja, refletirem acerca dos usos e funções dos números nas profissões, associando a matemática a outros campos do conhecimento. Em que situações um médico, um mecânico, um agricultor, um engenheiro, um vendedor precisam dos números? Juntamente com seu grupo, elabore uma pesquisa para ser feita pelos seus alunos, com vistas a conhecer como os números são utilizados pelas profissões mais comuns de sua comunidade.

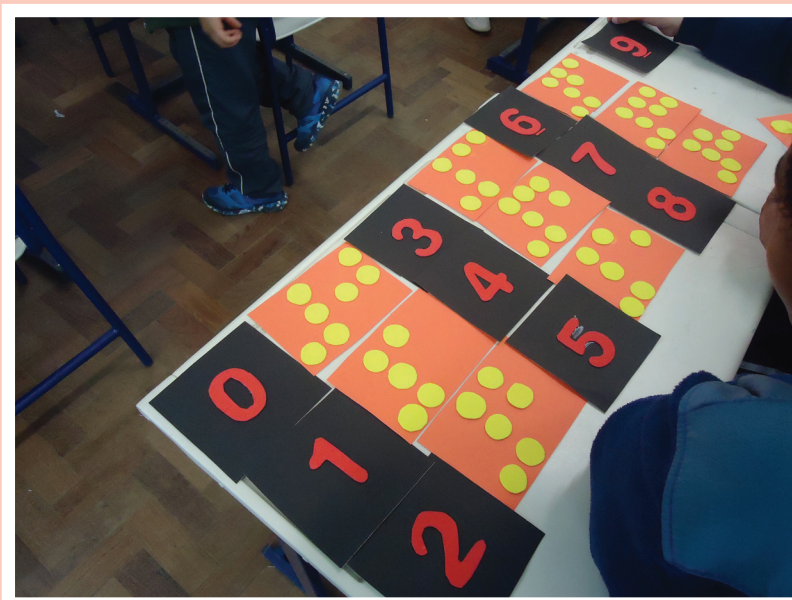
#### Atividade 5

Conhecer novos códigos e representações de números pode auxiliar o nosso trabalho pedagógico.



### CONHECENDO A NUMERAÇÃO EM BRAILLE\*

A professora Cácia conversou com seus alunos sobre a escrita dos números em Braille, para refletir com eles sobre como a pessoa com deficiência visual pode representar quantidades e, para isto, ela apresentou o registro dos algarismos de zero a nove. Os alunos comentaram que já haviam visto livros e embalagens com este tipo de escrita e que a pessoa com essa particularidade realiza a leitura através de pontos.



Arquivo dos autores



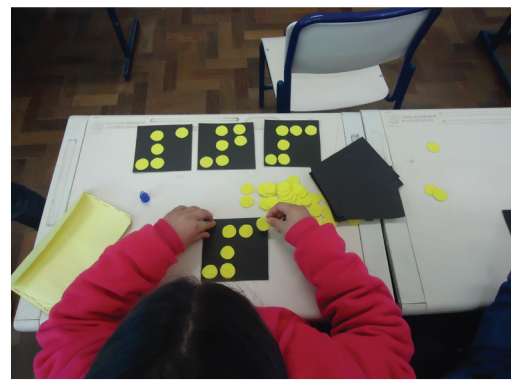


Posteriormente, os alunos foram agrupados em duplas e cada qual confeccionou cartões com os algarismos de zero a nove, em Braille e indo-arábico, usando E.V.A. e fichas de papel cartão. Isto serviria para estabelecer uma relação entre as duas formas de representação das mesmas quantidades.

Essa atividade foi importante para discutir sobre a representação de quantidades de diferentes maneiras e cujo conhecimento pode influenciar positivamente nas relações estabelecidas entre o aluno vidente e o aluno com deficiência visual, numa sociedade cada vez mais inclusiva.

As fichas foram usadas, depois, para construir um jogo da memória.

Arquivo dos autores



Arquivo dos autores

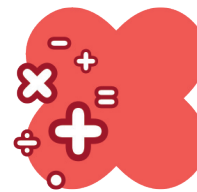


Arquivo dos autores

\*Atividade desenvolvida pela professora: Cácia da Silva Cortes, da Escola Estadual de Educação Básica Profª Margarida Lopes (Santa Maria – RS), com a colaboração das acadêmicas Patrícia Perlin e Paula Lucion, do projeto Clube de Matemática/GEPEMat/UFSM/Obeduc-CAPES.







Que possibilidades você vê para discutir com seus alunos a organização do SND a partir da representação em Braille? Compare os números em Braille do cartaz da última foto com os construídos pelos alunos na página 71. Discuta e explique as diferenças.

### Atividade 6

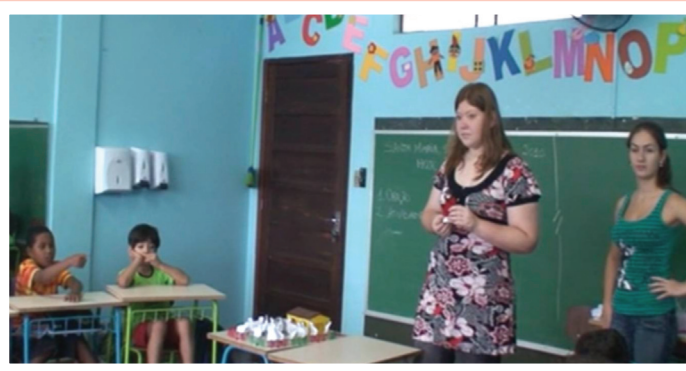
O relato abaixo propicia uma série de reflexões que serão encaminhadas após sua leitura.



## O PASTOR E SUAS OVELHAS\*

A professora Diaine montou um cenário com ovelhas e um pastor e contou para os seus alunos a seguinte história:

*Existia um pastor de ovelhas que amava cuidar de seus animais. Todos os dias, pela manhã, ele levava as ovelhas para passear pela fazenda, onde podiam se alimentar, correr e descansar. Quando anoitecia, o pastor reunia todas as ovelhas e as colocava de novo no cercado. Mas havia um problema: às vezes, algumas delas iam para muito longe do grupo e o pastor não as via e, na hora de entrar, ele não percebia que estavam faltando ovelhas. Como o pastor, que não sabia contar, poderia saber se todas as ovelhas estavam dentro do cercado?*



Arquivo dos autores



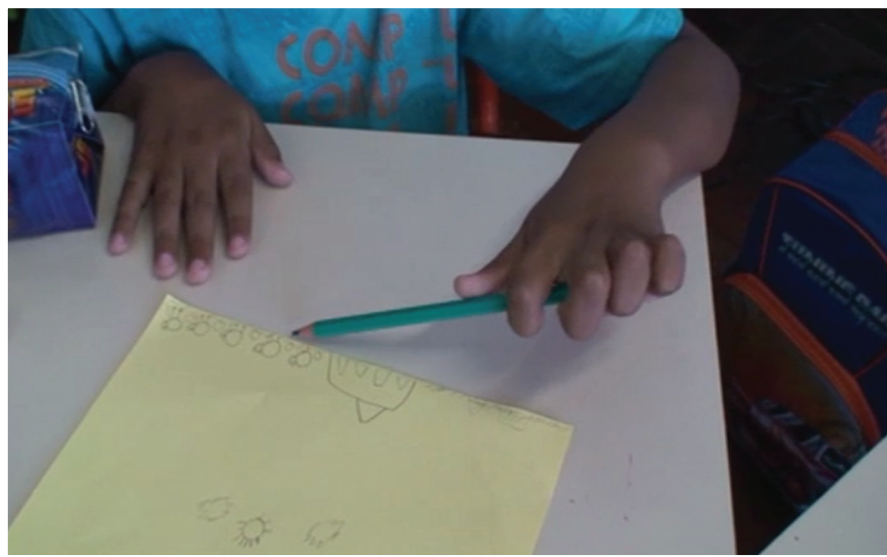
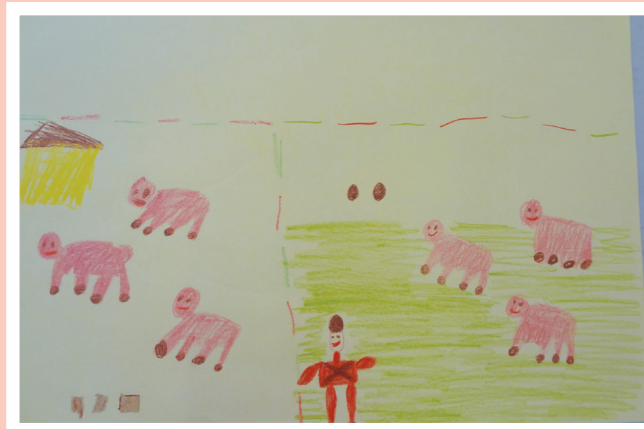
Arquivo dos autores

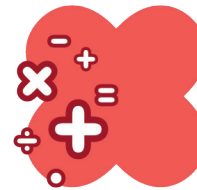




A partir daí, ela solicitou que seus alunos, em grupos, discutissem como poderiam ajudar o pastor a "controlar a quantidade" de ovelhas que tinha. Depois disso, cada grupo fez o desenho da solução encontrada. Essas soluções foram apresentadas e discutidas no grande grupo para que, em conjunto, decidissem o que seria mais adequado.

Várias foram as hipóteses levantadas. Após testá-las, com o auxílio do cenário, os alunos chegaram à conclusão de que a melhor solução seria encontrar um "contador", ou seja, um material que pudesse representar cada uma das ovelhas. O material escolhido foi pedrinhas e, para poder controlar o conjunto de ovelhas, o pastor da história poderia usar um conjunto de pedras: ao sair com as ovelhas para passear pela fazenda, para cada uma que saía do cercado, ele separaria uma pedra, ou seja, cada ovelha corresponderia a uma pedra. Assim, ao retornar para o cercado, ele poderia fazer novamente a correspondência e verificar: se haviam sobrado pedras, faltavam ovelhas; caso contrário, todas teriam voltado.

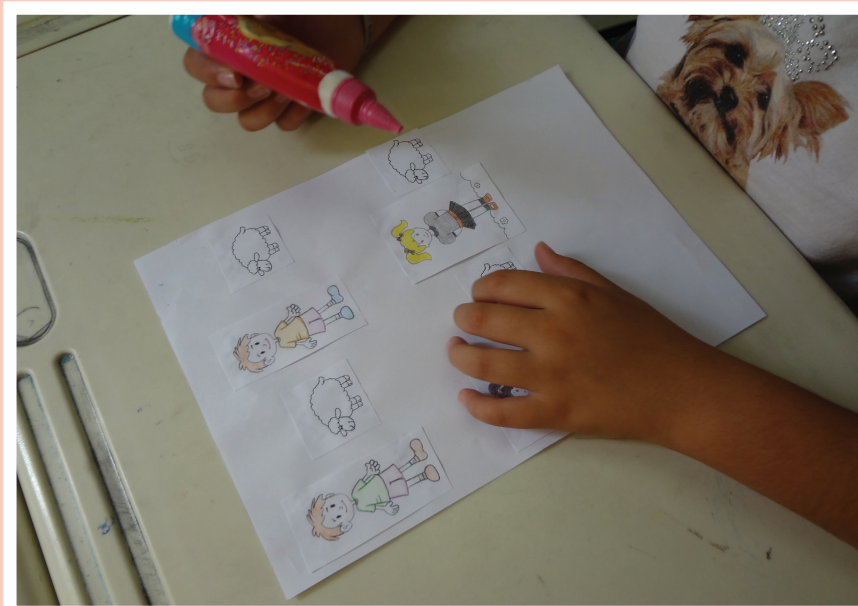




Posteriormente, foram apresentadas outras situações-problema envolvendo diferentes correspondências de coleções fixas, contendo imagens de crianças e ovelhas.



Arquivo dos autores



Arquivo dos autores

Finalmente, para apresentar situações através das quais as quantidades fossem geradas pela ação da criança, ao invés de fornecidas pelo professor, foi sugerido o "Jogo da Pescaria". Para isso, cada grupo recebeu uma vara de pescar com um ímã na ponta. No centro da sala, no chão, foram dispostos peixes de papel com um clip, para que o ímã pudesse atraí-lo. No final, os grupos deveriam encontrar formas de registrar a quantidade de peixes que foi pescada.





Arquivo dos autores



Arquivo dos autores

\*Atividade desenvolvida pela professora Diane Susara Garcez da Silva, da Escola Estadual de Ensino Fundamental General Edson Figueiredo (Santa Maria – RS), com a colaboração das acadêmicas Halana Garcez Borowsky Vaz e Laura Pippi Fraga, do Projeto Clube de Matemática/GEPEMat/UFSM Obeduc-CAPES.

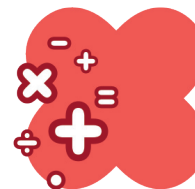


Elenque os livros do PNBE que podem ser úteis para inspirar a proposição de situações didáticas como as apresentadas pela professora. Discuta as possibilidades de encaminhamento e selecione um dos livros para ser utilizado em sua sala de aula para o trabalho com a contagem.

### Atividade 7

Em nossas salas de aula, somos desafiados constantemente pela forma peculiar como pensam nossos alunos enquanto aprendem noções matemáticas. Muitas vezes, temos que conduzir situações pedagógicas a partir de questões sobre as quais não havíamos pensado antes. Nesse caso, poderíamos questionar, primeiro, sobre o que o zero representa para nós. Ou ainda, por exemplo, ao nomear a sequência dos números naturais, iniciamos pelo zero ou pelo um?





### Atividade 8

No cotidiano da sala de aula encontramos situações que podem promover interessantes atividades. A seguir, há um relato da organização de alguns materiais, situação rotineira.

## ARRUMANDO O ARMÁRIO DA SALA DE AULA

Arquivo dos autores

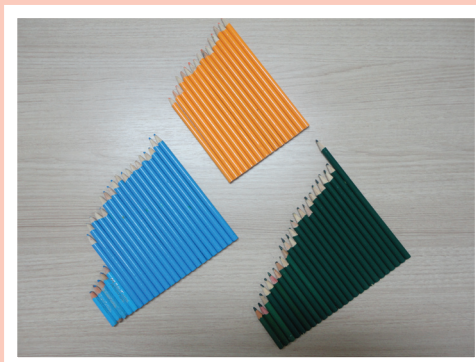


Materiais de contagem.



Lápis de cor.

Arquivo dos autores



Lápis por cor e tamanho.

Arquivo dos autores

No armário da sala de aula, o professor costuma guardar, de modo organizado, os materiais de contagem e lápis de cores que utiliza com sua turma em atividades diárias. Quase sempre a turma trabalha em grupo, interagindo e conversando em torno de estratégias para resolver diferentes situações que as atividades propõem resolver.

Antes do término da aula, ele reservou um tempo para que a turma organizasse todo o material coletivo antes de guardá-lo no armário.

As crianças discutiram e decidiram critérios para classificar e arrumar esses materiais no armário da sala.

Examinando as imagens acima, quais critérios as crianças utilizaram para classificar e guardar os materiais? Como você exploraria os materiais acima para oferecer a elas oportunidades de classificação desses objetos?





### Atividade 9

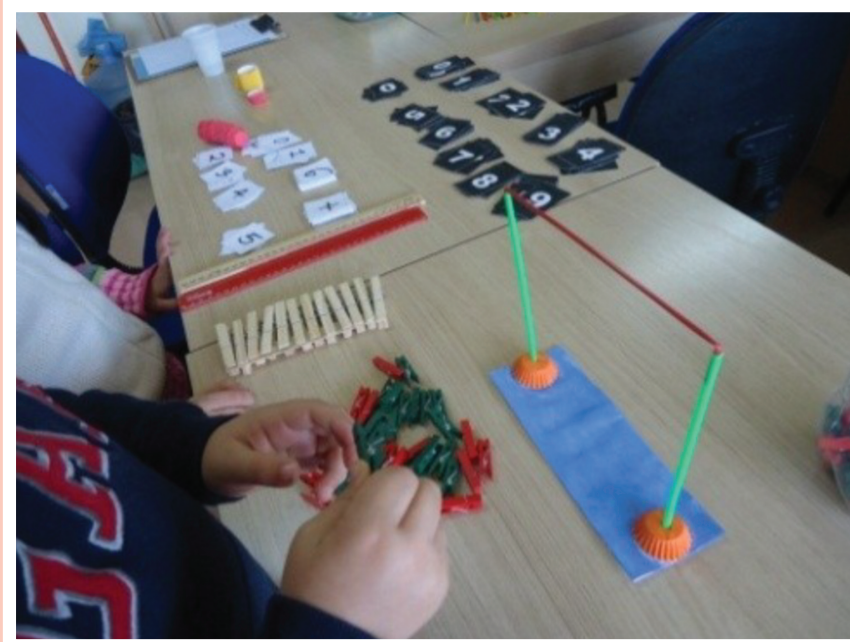
A seguir, temos o relato de uma professora que utiliza de um pequeno varal, com grampos de roupas, para o trabalho com a contagem e noções elementares de aritmética.



#### O VARAL

Primeiramente, organizo a sala em duplas, deixando disponível uma coleção de 12 prendedores de roupa, um barbante de 30 cm para servir de corda de varal, um conjunto de fichas marcadas com os algarismos de 0 a 9 (cinco de cada) do tamanho das cartas de baralho e 10 fichas com o símbolo da adição.

Solicito então que uma das crianças segure o barbante para que a outra criança disponha cinco prendedores. Uma opção para que nenhuma das crianças precise ficar segurando o varal é "fabricá-lo" com duas bolas de massinha de modelar e pequenas varetas:

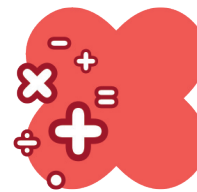


Arquivo dos autores

Uma coleção com cinco prendedores é interessante para início de análise, pois permitirá verificar, durante a contagem, mais possibilidades de composição e de decomposição.

Muitas vezes, quando peço que me mostrem "cinco", eles apontam para o último prendedor. Pensei nessa atividade justamente para superar essa situação. Quero





oferecer oportunidades para que percebam que, neste caso, "cinco" é o número que usamos para indicar quantos prendedores há no todo. Tomando todos os prendedores juntos na mão, temos uma coleção e "cinco" descreve a quantidade.

Para atingir esse objetivo, enquanto as duplas realizavam a contagem oral dos prendedores, deslocando um por um para o lado, eu passo pelos grupos e faço perguntas sobre a quantidade de prendedores que eles estão nomeando até ali.

- "Um, dois, três..." contavam dois alunos, enquanto um ia apontando para os prendedores e o outro enunciava verbalmente o nome de uma quantidade na ordem, a partir de "Um".

- "Três prendedores?" eu perguntei.

- "Sim", disse um deles.

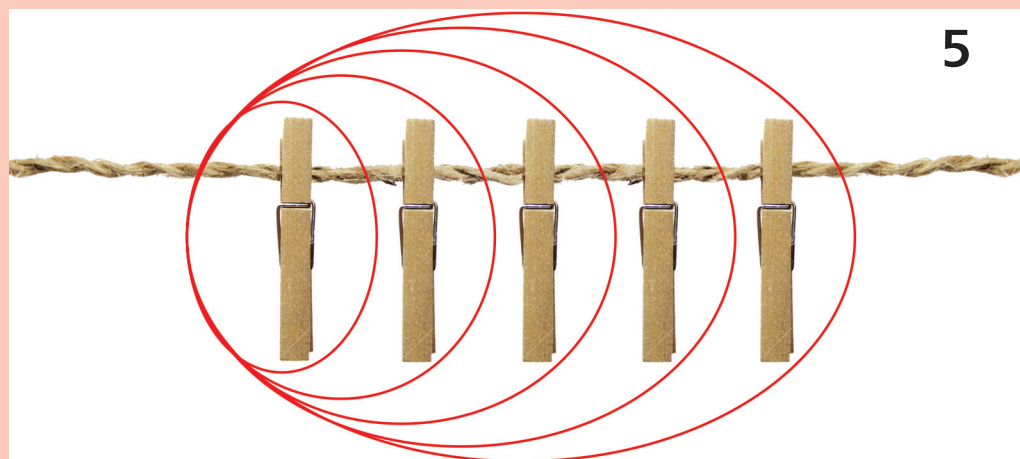
- "Mostre-me onde estão".

Caso o aluno apontasse para o último eu dizia:

- Esse é o **terceiro** prendedor na ordem da contagem, mas a coleção de "**três**" prendedores que você está indicando, quando diz "três" na sua contagem, é essa aqui (apoiando na palma da mão os três prendedores no varal que a dupla já havia contado).

Assim, faço referência ao sentido ordinal e ao sentido cardinal do número na contagem.

Aproveito a atividade para auxiliar os alunos a desenvolverem o sentido de inclusão "um em dois, dois em três, três em quatro, etc". Os alunos vão entendendo tudo isso aos poucos. Leva tempo. Não vai acontecer numa única atividade. Mas eu tenho essa intenção clara: que as crianças vejam que o nome enunciado quando se aponta mais de um objeto durante a contagem indica não apenas esse objeto, mas, inclui junto de todos os outros objetos que já foram contados também!



Carlos César Salvadori

Um Dois Três Quatro Cinco





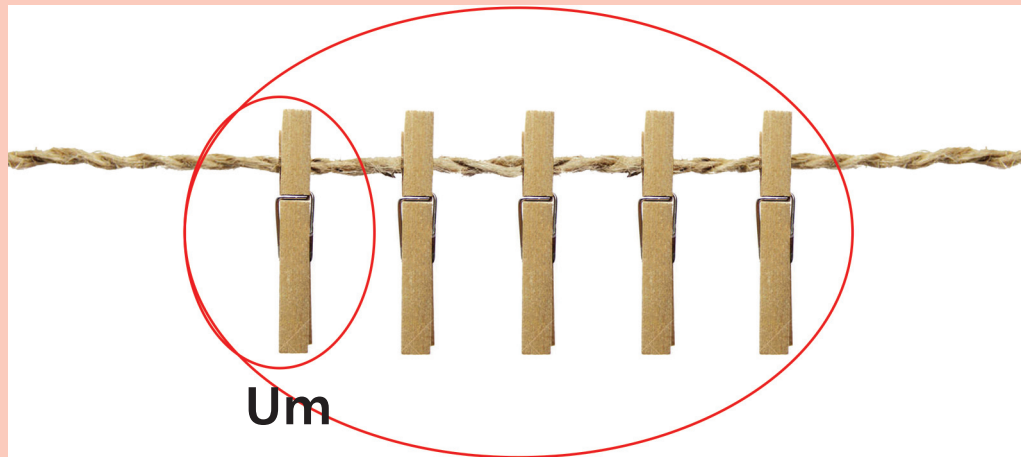
Para alcançar esse objetivo, começo com perguntas exploratórias que visam a levar os grupos a voltar para trás na contagem. Pergunto se:

– Podem separar para o lado “um” prendedor de dentro dos “cinco”? E separar “dois” prendedores de dentro dos “cinco” que temos no varal? E separar três de dentro dos “cinco”: vocês podem? Podem separar “quatro” prendedores de dentro dos “cinco” que temos?

Faço cada uma dessas perguntas separadamente, uma por vez, propondo aos grupos mostrar como fica isso no varal e registrar com desenho e símbolos em seus cadernos.

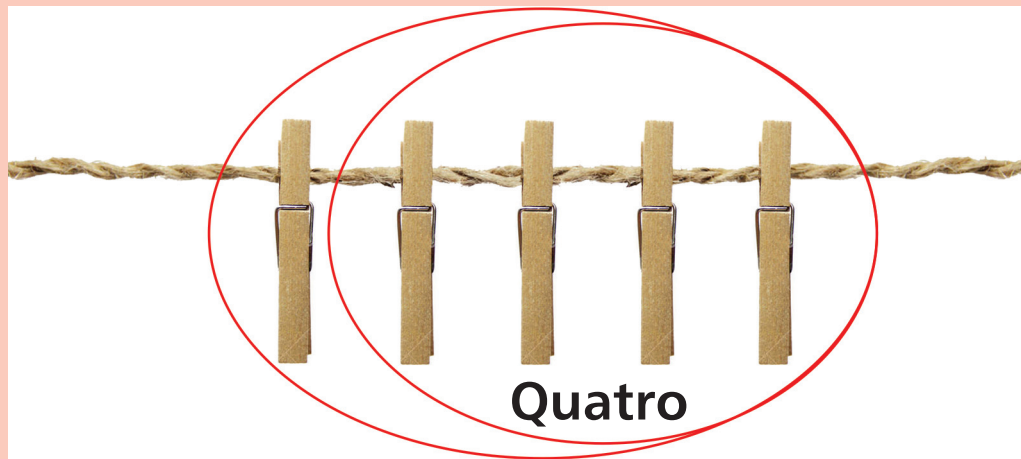
A resposta à primeira pergunta é “Sim, podemos separar para o lado ‘um’ prendedor de dentro dos ‘cinco’ que temos”. Vejamos:

## Cinco



– Quantos prendedores ficaram do lado de lá?, eu perguntei. – Quatro!, eles responderam.

## Cinco

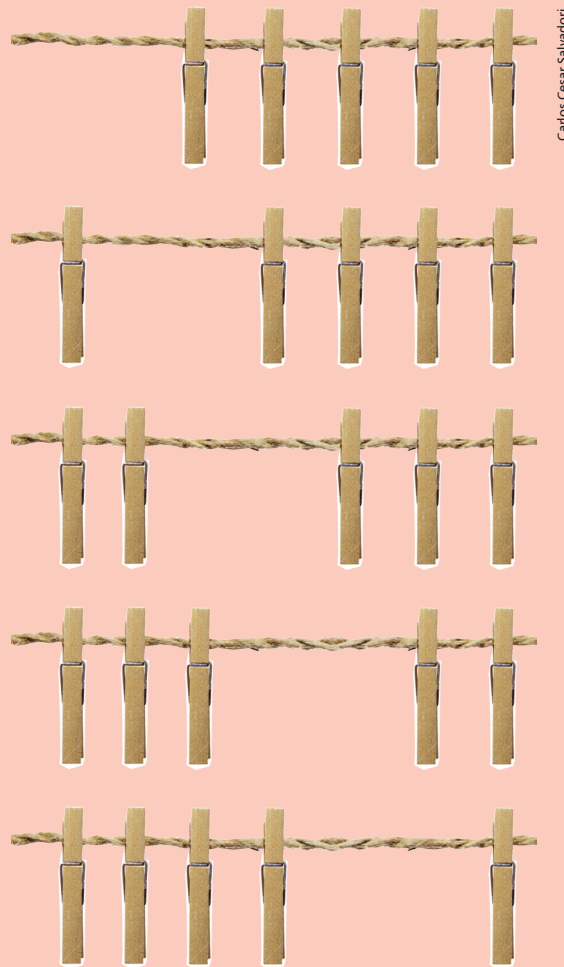






Então, **"cinco"** é igual a "um" "mais" "quatro" porque continuamos tendo no total os mesmos cinco prendedores do início. Não acrescentamos e nem retiramos prendedores. Eles apenas foram arrumados em coleções menores de prendedores, mas que compõem o cinco porque estão incluídas nele. Elas são partes dele!

Por fim, nós vamos construindo no mural da sala um esquema gráfico contendo todos os resultados obtidos no varal com a coleção de prendedores com o total 5.



Atividades como esta são muito importantes para o desenvolvimento de uma série de conceitos. Uma sequência similar a esta foi relatada no caderno 1, utilizando um colar de contas. Trata-se de materiais simples de serem confeccionados e que trazem um grande potencial para a alfabetização matemática. Que outros conceitos podem ser desenvolvidos com esta sequência?





82

## Para Saber Mais



### Sugestões de Leituras – Livros

BRIZUELA, B. **Desenvolvimento matemático na criança**: Explorando Notações. Porto Alegre: Artmed, 2006.

Com profundas implicações para a prática de sala de aula, este texto examina a importância do entendimento e da aprendizagem de notações matemáticas para o desenvolvimento das crianças como aprendentes de matemática. Utilizando uma série de entrevistas e conversas com alunos da Educação Infantil e Ensino Fundamental, a autora investiga o entendimento de diferentes notações matemáticas por parte da criança, incluindo números escritos, vírgulas e pontos nos números, notações de frações, tabelas de dados e gráficos. As situações-problema que constituem este livro se caracterizam como situações matemáticas que ocorrem em contextos sociais dentro e fora da escola. As atividades, apresentadas de maneira clara e apropriada para estudantes do Ensino Fundamental, envolvem conceitos matemáticos diversos inseridos em situações que requerem pensar sobre os usos e funções dos números.

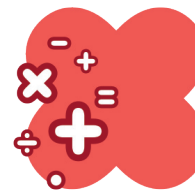
ZASLAVSKY, C. **Jogos e atividades matemáticas do mundo inteiro**: diversão multicultural para idades de 8 a 12 anos. Porto Alegre: Artmed, 2000.

Neste livro, a autora apresenta jogos e atividades de diferentes partes do mundo que podem ser úteis para o ensino da matemática no Ensino Fundamental. Em sua obra, são abordados conceitos referentes a números e também a geometria.

ZASLAVSKY, C. **Criatividade e confiança em matemática**: desenvolvendo o senso numérico. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Dentro de um contexto lúdico, atividades matemáticas com diferentes níveis de complexidade desafiam o raciocínio e estimulam a curiosidade de estudantes do segundo ciclo do Ensino Fundamental. Entretanto, muitas das atividades propostas podem ser adaptadas para o primeiro ciclo, tornando-se experiências didáticas que podem ser conduzidas em sala de aula com o objetivo de levar o aluno a pensar matematicamente.





## Sugestões de Leituras

LOPES, A. R. L. V. et al. O pastor contando suas ovelhas: uma proposta envolvendo correspondência um a um. IN: LOPES, A. R. L. V.; PEREIRA, P. S. (Org.). **Ensaio em educação matemática**: algumas possibilidades para a educação básica. Campo Grande: UFMS, 2010. p. 11-22.

O artigo relata o desenvolvimento de uma Unidade Didática sobre correspondência um a um, desenvolvida com alunos do segundo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. A proposta constou de três partes principais: a história imaginária, que apresentou uma situação-problema para as crianças resolverem, o registro gráfico das soluções encontradas por elas e um trabalho de recorte e colagem. A experiência destaca a importância dos aspectos lúdicos, presentes na história contada, bem como a importância do compartilhamento de ações na sala de aula que permitem a interação dos alunos com a atividade, com o professor e entre eles.

FRAGA, L. P. et al. Situações de aprendizagem compartilhadas: o caso da contagem por agrupamento. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, n. 1, p. 129-147, mai. 2012. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br>.

Este artigo tem por objetivo propiciar reflexões sobre a apropriação do conceito de contagem por agrupamento. Inicialmente, discute sobre a importância do agrupamento no movimento histórico de controlar, comparar e representar as quantidades. Posteriormente, relata uma experiência desenvolvida numa turma de alunos do segundo ano do Ensino Fundamental e ressalta a importância de que as situações de ensino sejam intencionalmente organizadas pelo professor para se constituírem como problemas propiciadores de aprendizagem para os alunos.





## Sugestões de Vídeos

### **Alfabetizando com os números ou numerizando.**

Disponível em: [http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select\\_action=&co\\_obra=22194](http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=22194).

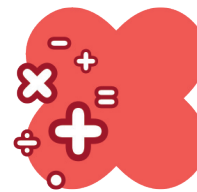
Neste vídeo, as professoras Sueli Britto Lira de Freitas, Ana Maria Porto Nascimento e Solange Maria Corrêa Brant Sá, discutem diferentes aspectos relacionados a alfabetização matemática, particularmente no que se refere às primeiras noções sobre números. Além disso, aspectos históricos são discutidos por alguns dos mais importantes pesquisadores brasileiros em Educação Matemática.

### **Matemática em toda parte. Episódio: Matemática na Comunicação.**

Disponível em: [http://tvescola.mec.gov.br/index.php?item\\_id=2257&option=com\\_zoo&view=item](http://tvescola.mec.gov.br/index.php?item_id=2257&option=com_zoo&view=item).

Série de doze episódios que, a partir de atividades sugeridas pelo professor Bigode, mostra a presença de importantes conceitos matemáticos em nosso dia a dia. Neste episódio, o professor Bigode e a Professora Cássia resolveram explorar o ambiente de uma redação de um telejornal para falar sobre códigos e símbolos matemáticos e como os nomes de muitas coisas cotidianas expressam ideias matemáticas.





## Sugestões de Atividades para os Encontros em Grupos

### 1º momento (4 horas)

- Fazer a leitura deleite do livro **O presente de aniversário do marajá**, de James Rumford.



- Retomada do encontro anterior.
- Ler a seção "Iniciando a Conversa".
- Fazer as atividades 1 a 3 da seção "Compartilhando".

### 2º Momento (4 horas)

- Fazer a leitura do livro **Beleléu e os números**, de Patricio Dugnani, discutindo com seu grupo que possibilidades pedagógicas essa obra literária traz para o trabalho com os números.
- Fazer as atividades 4 a 9 da seção "Compartilhando".





86

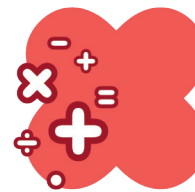
QUANTIFICAÇÃO,  
REGISTROS E AGRUPAMENTOS



## Atividades para Casa e Escola

1. Ler os textos que compõem o “Aprofundando o Tema”.
2. Elaborar e aplicar uma sequência didática com o uso do livro escolhido na atividade 6.
3. Aplicar as sequências didáticas elaboradas durante o momento de formação, registrando as observações de seus alunos de forma sintética, para socialização no próximo encontro.





## Referências

BIGODE, A. J. L.; FRANT, J. B. **Matemática**: soluções para dez desafios do professor. São Paulo: Ática, 2011.

BRASIL, Ministério da Educação – Secretaria da Educação Básica. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental**. Brasília, 2012.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros curriculares nacionais**, v. 3, Matemática. Brasília, 1997.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Livraria Sá da Costa, 1984.

CARRAHER, T.N.; CARRAHER, D.W.; SCHLIEMANN, A.D. (Org.). **Na vida dez, na escola zero**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 1991.

CASTRO, J. P.; RODRIGUES, M. O sentido de número no início da aprendizagem. In: BROCARD, J.; SERRAZINA, L.; ROCHA, I. (Org.). **O sentido do número**: reflexões que entrecruzam teoria e prática. Lisboa: Escolar Editora, 2009. p. 117-133.

CEBOLA, G. Do número ao sentido do número. In: PONTE, J. P. et al. (Org.). **Atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2002. p. 223-239.

DANTZIG, T. **Número**: a linguagem da ciência. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.

DEHAENE, S. **The number sense**: how the mind creates mathematics. Oxford: Oxford University Press, 2011.

DIAS, M. S.; MORETTI, V. D. **Números e operações**: elementos lógico-históricos para atividade de ensino. Curitiba: IBPEX, 2011.

GASPAR, M. F. R. F. Aprender a contar, aprender a pensar: as sequências numéricas de contagem abstracta construídas por crianças portuguesas em idade pré-escolar. **Análise Psicológica**, Lisboa, v. 22, n. 1, mar. 2004.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, C.; SAIZ, C. (Org.). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1996. p. 73-155.





88

MOURA, A. R. L.; SOUSA, M. C. **O desenvolvimento didático dos nexos conceituais do número natural**. 2002. Disponível em: <[http://www.lite.fae.unicamp.br/papet/2002/fp255/t\\_nexos\\_num\\_nat.htm](http://www.lite.fae.unicamp.br/papet/2002/fp255/t_nexos_num_nat.htm)>. Acesso em: 13 de julho de 2013.

MANDARINO, M. C. F. Números e Operações. In: BRASIL, Ministério da Educação – Secretaria da Educação Básica. **Coleção explorando o ensino**. Brasília, 2010. p. 97-134.

\_\_\_\_\_. Que conteúdos da matemática escolar professores dos anos iniciais do ensino fundamental priorizam? In: GUIMARÃES, G.; BORBA, R. (Org.). **Reflexões sobre o ensino de matemática nos anos iniciais de escolarização**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. 2009. p. 29-48.

MORENO, B. R. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1ª série. In: PANIZZA, M. (Org.). **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais: análises e propostas**. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 19-33.

MOURA, M. O. Didática e prática de ensino para educar com a matemática. In: ALMEIDA, M. I. A. et al. (Org.). **Políticas educacionais e impactos na escola e na sala de aula**. Araraquara: Junqueira & Marin, 2012. p. 181-193. Disponível em: <<http://www2.unimep.br/endipe/0052s.pdf>>. Acesso em: 14 de fevereiro de 2014.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, v. 9, n. 9-10, São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2005.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artmed, 1997.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: Sergio Lorenzato. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77-92.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A gênese do número na criança**. Rio de Janeiro: Zahar, 1971.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação – Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas. **Atividades matemáticas: 1ª série do 1º grau**. 2. ed. São Paulo, 1989.

SPINILLO, A. G. O sentido de número e sua importância na educação matemática. In: BRITO, M. R. F. (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006. p. 83-111.

SPINILLO, A.G.; MAGINA, S. Alguns 'mitos' sobre a educação matemática e suas conseqüências para o ensino fundamental. In: PAVANELLO, R. M. (Org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004. p. 7-35.

SOARES, M. **Letramento: um tema em três gêneros**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

